

15-581/H/02

TUGAS AKHIR



ANALISIS OPTIMASI MULTIRESPON PLAT BAJA JENIS *HIGH STRENGTH* PADA PROSES *ROLLING MILL* DI PT. GUNAWAN DIANJAYA STEEL



PSSx
519.5
Rah
a-1
2001

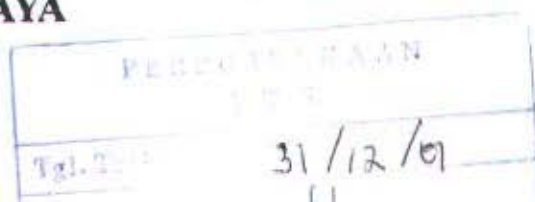
Oleh :

ETI RAHMAWATI

NRP. 1399 100 502

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA**

2001



TUGAS AKHIR

ANALISIS OPTIMASI MULTIRESPON PLAT BAJA JENIS *HIGH STRENGTH* PADA PROSES *ROLLING MILL* DI PT. GUNAWAN DIANJAYA STEEL

Diajukan sebagai syarat untuk
memperoleh Gelar Srata -1 pada Jurusan Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya

Oleh :

ETI RAHMAWATI

NRP. 1399 100 502

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2001**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS OPTIMASI MULTIRESPON PLAT BAJA JENIS *HIGH STRENGTH* PADA PROSES *ROLLING MILL* DI PT. GUNAWAN DIANJAYA STEEL

Oleh:

ETI RAHMAWATI

NRP. 1399 100 502

Disetujui,
Dosen Pembimbing



Prof. Dra. Susanti Linuwih, MStat, PhD

NIP. 130 368 808

Disetujui,
Dosen Co Pembimbing



Drs. Sony Sunaryo, MSi

NIP. 131 843 380

Diketahui,
Ketua Jurusan Statistika



Drs. Nur Iriawan, MIKom, PhD

NIP. 131 782 011



ABSTRAK

ABSTRAK

PT. Gunawan Dianjaya Steel adalah salah satu perusahaan yang memproduksi plat baja dengan berbagai jenis dan ukuran. Agar mutu plat baja yang diharapkan dapat tercapai, maka harus dipertimbangkan berbagai hal yang berpengaruh terhadap mutu plat baja. Salah satu cara yang digunakan adalah dengan mengadakan perencanaan yang tepat baik komposisi bahan baku yang dipergunakan maupun proses produksinya. Pada penelitian terdahulu evaluasi dengan melakukan eksperimen pada proses pengerollan dengan menggunakan *Factorial Design* didapatkan pengaruh kadar CE dan temperatur yang nyata terhadap kekuatan tarik (*Ultimate Tensile Strength*), kekuatan mulur (*Yield Strength*) dan perpanjangan (*Elongation*), sehingga kurang tepat jika hanya meneliti pada kekuatan tarik saja. Maka dalam hal ini peneliti mengembangkan penelitian terhadap prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll untuk mendapatkan kekuatan tarik (*Ultimate Tensile Strength*), kekuatan mulur (*Yield Strength*) dan perpanjangan (*Elongation*) yang optimum, yakni dengan menggunakan metode *Multirespon Surface*.

Metode *Generalized Distance* merupakan suatu metode optimasi multirespon, dimana antar variabel respon ada hubungan atau dapat dikatakan antar variabel respon saling dependen. Salah satu karakter dasar dari fungsi pendekatan *Generalized Distance* adalah ingin mengevaluasi ketidaksesuaian yang dapat mengarah pada hasil yang tidak akurat. Lebih jauh lagi pendekatan ini tidak termasuk dalam heterogenitas varians. Hal ini merupakan pertimbangan penting dalam prosedur optimasi secara simultan.

Berdasarkan analisis dan pembahasan, maka dapat disimpulkan model yang menyatakan hubungan antara variabel respon kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan dengan variabel bebasnya (prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll) adalah:

$$Y_1 = 507,09 + 30,23X_1 + 4,66X_2 + 0,06X_3 + 5,05X_1^2 - 2,37X_2^2 + 0,63X_3^2 - 21,63X_1X_2 + 1,62X_1X_3 + 0,62X_2X_3$$

$$Y_2 = 402,87 + 25,88X_1 + 2,05X_2 + 0,31X_3 + 8,45X_1^2 + 1,02X_2^2 + 0,57X_3^2 - 16,88X_1X_2 + 3,62X_1X_3 + 1,87X_2X_3$$

$$Y_3 = 29,18 - 3,26X_1 + 0,49X_2 + 0,25X_3 + 0,68X_1^2 + 0,91X_2^2 + 0,5X_3^2 + 3,5X_1X_2 - 0,5X_1X_3 + 0,25X_2X_3$$

Komposisi dari prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll untuk menghasilkan kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan yang optimum adalah pada kadar CE 0,32%, temperatur 814°C dan kecepatan roll 5 mpa/menit, akan menghasilkan kekuatan tarik optimum 508,4481 N/mm², kekuatan mulur optimum 412,5539 N/mm² dan perpanjangan optimum 28,35244 mm. Dari hasil penelitian terdahulu pada kadar CE 0,33% dan temperatur 800°C didapatkan kekuatan tarik 491 N/mm². Berarti hasil dari penelitian dengan menggunakan metode *Multirespon Surface* lebih menguntungkan perusahaan.

Ya Ilaahi,
Bangkitkanlah aku,
sebagai pengikut Muhammad
yang setia, dan kembali dengan
penuh ketaqwaan,
pengabdian serta
kepasrahan
padaMu

LEMBAR PERSEMBAHAN

LEMBAR PERSEMBAHAN

FOR MY LOVELY *MUHAMMAD saw*

Yaa Nabi, Salam untukMu

Yaa Rasulullah, Kedamaian bagiMu

Wahai Kekasih Allah, Salam atasMu – Sholawat Allah atasMu

Bulan Purnama Sempurna Telah Tampak Bagi Kita, Beringsutlah Purnama –
purnama Yang Lain

KeindahanMu Tidak Tertandingi

Wahai - wajah Yang Senantiasa Berseri

Engkaulah Matahari, Engkaulah Purnama Sempurna

Engkaulah Nuur Yang Mengungguli Semua Cahaya

Engkaulah Sang Penawar, Engkaulah Pelita Hati

Wahai Kekasihku, Wahai Muhammad, Wahai Penghias Langit dan Bumi

Wahai Sang Penolong, Wahai Yang Dimulyakan, Wahai Imam Dua Kiblat

Siapa Memandang wajahMu Mereguk Kebahagiaan

Wahai Yang Mulia Kedua Orang – tuanya

TelagaMu Jernih dan Sejuk, Tempat Kami Melepas Dahaga dihari Kebangkitan

Marhaban, Selamat Datang Wahai Cahaya Mataku

Marhaban, Selamat Datang Datuk Alhusain

Awan pun Bergegas memayungiMu,

Pepohonan Menangis Gembira mendatangiMu

Seluruh Mahkluk Bersimpuh diharibaanMu dan Bersholawat atasMu

Bulan Purnama Sempurna itu Telah Datang dari Thaniyatilwada

Wajiblah Kita Senantiasa Bersyukur Menyeru Allah

Utusan Allah itu Telah Berada Ditengah Kita, Membawa Amanat Yang Wajib
Ditaati

{Petikan dari Maulid Syaraful Anam}



KATA PENGANTAR

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Assalaamu'alaikum Wr. Wb

Dengan mengucapkan rasa syukur Alhamdulillah kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat-Nya, sehingga penyusunan skripsi ini dapat penulis selesaikan pada waktunya.

Menyadari sepenuhnya atas keterbatasan kemampuan serta kurangnya pengalaman penulis dalam penyusunan skripsi ini, maka penulis sangat mengharapkan adanya kritik maupun saran dari pembaca sehingga kelemahan-kelemahan yang dalam penyusunan skripsi ini dapat diperbaiki.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini tidak akan terselesaikan dengan baik tanpa dukungan dan bantuan dari berbagai pihak, maka dengan segala kerendahan hati penulis merasa perlu untuk menyampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada.

1. **Ibunda** tercinta atas doa yang tiada henti.
2. *My big family, especially Mbak Nanik* atas sponsor dananya.
3. **Andi**, *you're the best!!*
4. **Mas Odyk** atas segalanya, *I can't make it without you!!*
5. **Bu Santi** dan **Pak Sony** atas bimbingannya.
6. **Basori + Hendri + Dody** atas *brainstorming*-nya.
7. *Big thank's to Eny for supporting me.*

8. Adèk-adèk Angkatan'97 dan Mas^{2s} + M'Puji + Astri buat kebersamaan yang indah.
9. Para Dosen Jurusan Statistika yang telah membekali dengan pengetahuan serta wawasan yang cukup kepada peneliti sehingga mampu menyelesaikan kegiatan akademik sampai penyusunan skripsi sebagai tugas akhir akademik.
10. Dan semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih atas bantuannya.

Sebagai akhir kata, penulis berharap semoga hasil pemikiran yang tertuang dalam skripsi ini dapat bermanfaat bagi setiap pembaca dan PT. Gunawan Dianjaya Steel.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb

Surabaya, Juli 2001

Eti Rahmawati



DAFTAR ISI

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Lembar Pengesahan	ii
Abstrak	iii
Lembar Persembahan	iv
Kata Pengantar	v
Daftar Isi	vii
Daftar Lampiran	ix
Daftar Tabel	x

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang	1
1.2 Permasalahan	2
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
1.5 Asumsi-asumsi dan Batasan Masalah	3

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Gambaran Umum Proses <i>Rolling Mill</i>	4
2.2 Analisis Permukaan Respon (<i>Respon Surface</i>)	6

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Bahan Penelitian	23
----------------------	----

3.2 Alat dan Mesin yang Digunakan	23
3.3 Variabel-variabel yang Diteliti	24
3.4 Rancangan Eksperimen	26
3.5 Prosedur Pengambilan Data dan Pengolahan Data	26

BAB IV ANALISIS DATA DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Model Orde Pertama	29
4.2 Analisis Model Orde Kedua	30
4.3 Pengujian Asumsi Residual	35
4.4 Pengujian Distribusi Multivariat Normal	37
4.5 Menentukan Titik Stasioner	37
4.6 Analisis Karakteristik Respon	38
4.7 Analisis Ridge (<i>Ridge Analysis</i>)	40
4.8 Optimasi dengan Metode <i>Generalized Distance</i>	42

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan	46
5.2 Saran	47

Daftar Pustaka	xi
----------------	----



DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A	Data Rancangan Percobaan
Lampiran B ₁	Output Model Orde Pertama
Lampiran B ₂	Output Model Orde Kedua
Lampiran C ₁	Output Uji Glejser (asumsi identik) Variabel UTS
Lampiran C ₂	Output Uji Glejser (asumsi identik) Variabel YS
Lampiran C ₃	Output Uji Glejser (asumsi identik) Variabel E
Lampiran D ₁	Plot ACF dan Plot Normal Variabel UTS
Lampiran D ₂	Plot ACF dan Plot Normal Variabel YS
Lampiran D ₃	Plot ACF dan Plot Normal Variabel E
Lampiran E	Korelasi dan Plot Multivariat Normal
Lampiran F	Output <i>Multirespon Surface</i>



DAFTAR TABEL

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Rancangan Percobaan Orde Pertama
Tabel 2.2	Orthogonal Central Composite Design
Tabel 2.3	Rancangan Percobaan Orde Kedua
Tabel 2.4	Tabel Anova
Tabel 4.1	Tabel Anova Respon UTS
Tabel 4.2	Pengujian Parameter Individu dari Model Respon UTS
Tabel 4.3	Tabel Anova Respon YS
Tabel 4.4	Pengujian Parameter Individu dari Model Respon YS
Tabel 4.5	Tabel Anova Respon E
Tabel 4.6	Pengujian Parameter Individu dari Model Respon E



BAB I

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kemajuan dunia industri logam dewasa ini mengalami peningkatan yang cukup pesat, sehingga meningkatkan persaingan makin tinggi dan meluas dimana-mana. Dalam upaya memenuhi berbagai macam permintaan pasar dan pencapaian kualitas produk yang baik, banyak hal terkait yang perlu ditingkatkan salah satu diantaranya adalah aspek kualitas.

PT. Gunawan Dianjaya Steel (PT. GDS) sebagai salah satu perusahaan yang memproduksi plat baja dengan berbagai jenis dan ukuran berusaha untuk memuaskan konsumen. Namun akibat dari adanya krisis ekonomi menyebabkan PT. GDS kesulitan untuk memperoleh bahan baku (*slab*) sebagai bahan untuk pembuatan plat. Hal ini terjadi karena meningkatnya harga dan kelangkaan bahan baku (*slab*) dipasaran. Agar mutu plat baja yang diharapkan dapat tercapai, maka proses pembuatannya harus dipertimbangkan dalam berbagai hal yang berpengaruh terhadap mutu plat baja. Salah satu cara yang digunakan adalah dengan mengadakan perencanaan yang tepat baik komposisi bahan baku yang dipergunakan maupun proses produksinya.

Salah satu kendala yang dihadapi PT. GDS adalah bila mendapat permintaan dari konsumen akan plat baja dengan jenis *High Strength*, maka pihak gudang bahan baku (*slab*) dituntut untuk mengoptimalkan penggunaan bahan baku agar nantinya tidak terjadi kelangkaan stok bahan baku dimasa mendatang. Disisi lain pihak perencanaan (PPIC) dituntut perusahaan untuk dapat memenuhi

permintaan konsumen tersebut. Untuk itu dicobakan dengan memanfaatkan bahan baku yang ada (prosentase kadar CE) dan menerapkan penggunaan temperatur roll serta kecepatan roll.

Selama ini perusahaan belum mempunyai landasan khusus dalam menetapkan prosentase CE, setting temperatur roll dan kecepatan roll yang sesuai, sehingga hal ini yang menjadi salah satu penyebab kegagalan uji mekanis. Berdasarkan Skripsi karya Odyk (Teknik Industri UPB, 2000), evaluasi perencanaan eksperimen pada proses pengerollan dengan menggunakan *Factorial Design* didapatkan pengaruh kadar CE dan temperatur yang nyata terhadap kekuatan tarik.

1.2 Permasalahan

Hasil penelitian Odyk hanya mengukur kekuatan tarik sebagai variabel respon saja, padahal sifat mekanis dari produk plat baja terdiri atas kekuatan tarik (*Ultimate Tensile Strength*), kekuatan mulur (*Yield Strength*) dan perpanjangan (*Elongation*), sehingga kurang tepat jika hanya meneliti pada kekuatan tarik saja. Lukman Hakim (Teknik Mesin ITS, 2000) menemukan bahwa kecepatan roll berpengaruh terhadap sifat mekanis plat baja, maka dalam hal ini peneliti mengembangkan penelitian terhadap prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll untuk mendapatkan kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan yang optimum, yakni dengan menggunakan metoda *Multirespon Surface*.

Secara singkat, permasalahan yang ingin diteliti di PT. GDS adalah:

1. Bagaimanakah bentuk model yang menyatakan hubungan antara variabel respon kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan dengan variabel bebasnya (prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll).

2. Bagaimanakah komposisi dari prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll untuk menghasilkan kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan yang optimum.

1.3 Tujuan

Adapun penelitian ini dilakukan dengan tujuan sebagai berikut:

1. Menentukan model yang menyatakan hubungan antara variabel respon kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan dengan variabel bebasnya (prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll).
2. Menentukan komposisi dari prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll untuk menghasilkan kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan yang optimum.

1.4 Manfaat

Dari hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi kepada pihak-pihak yang berkepentingan tentang masalah *Quality Control* khususnya di Bagian *Rolling Mill*, sehingga operator dapat menjaga kualitas proses tetap pada nilai-nilai target, yakni dengan melakukan setting mesin sehingga didapatkan kualitas baja yang optimum.

1.5 Asumsi-asumsi dan Batasan Penelitian

Dalam suatu penelitian, batasan masalah sangat diperlukan untuk menjamin keabsahan/validitas kesimpulan yang akan diambil. Untuk itu asumsi-asumsi dan batasan penelitian dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Penelitian hanya dikhususkan pada produk plat baja dengan jenis *High Strength* dan pada ketebalan 20 mm.
2. Penelitian dibatasi pada bahan baku (*slab*) dari Negara Ukraina.



BAB II

BAB II

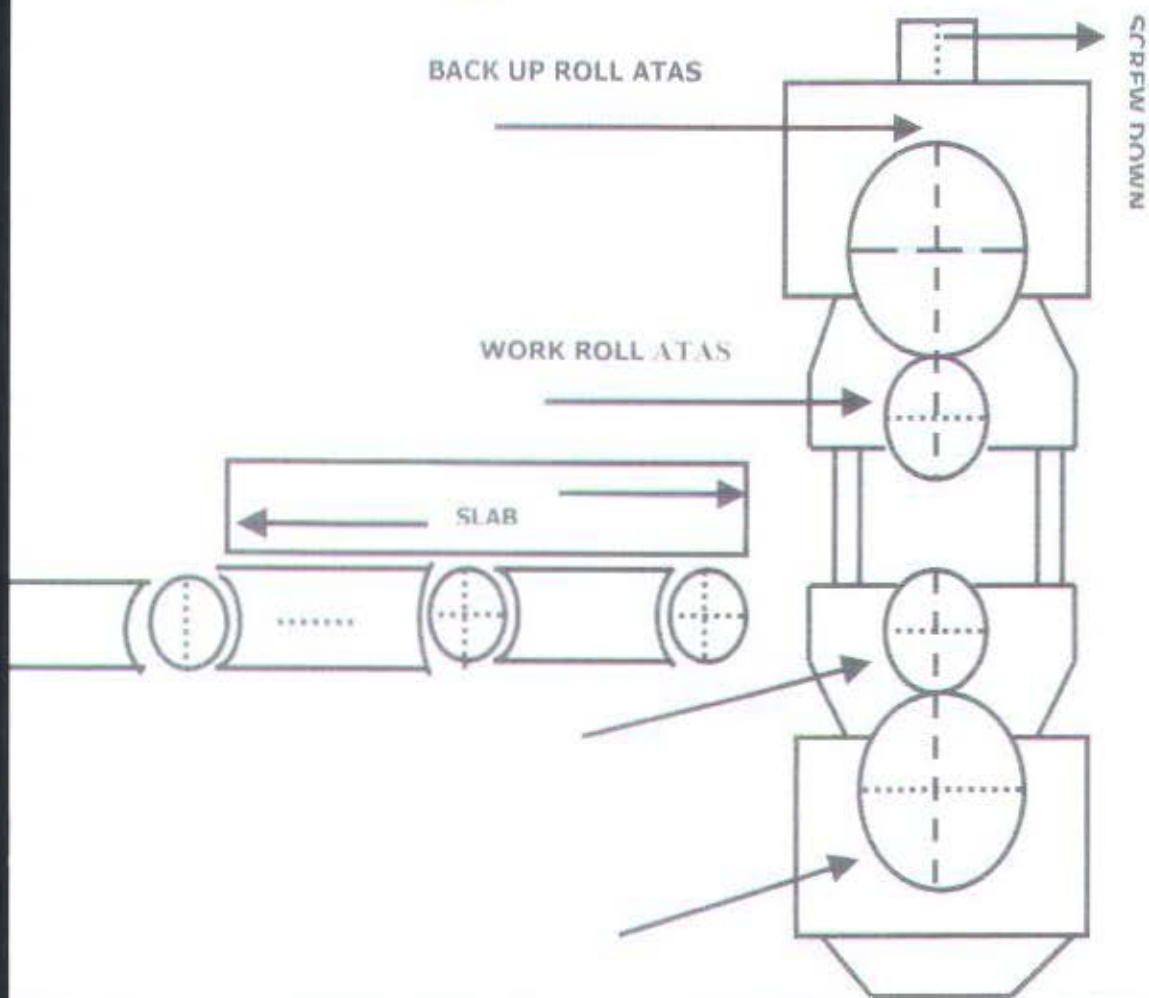
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Gambaran Umum Proses *Rolling Mill*

Di PT. GDS, pada proses *Rolling Mill* digunakan empat buah *rolling mill* yang terdiri dari dua buah *work roll* dan dua buah *back up roll* yang masing-masing sebuah pada bagian atas dan bawah. *Work roll* adalah roll yang bersentuhan langsung dengan *slab* pada waktu pergerakan, sedangkan *back up roll* berfungsi untuk memperkuat *work roll* dan menjaga agar diperoleh ketebalan plat yang seragam. Roll bagian atas dan bawah digerakkan dengan motor DC berdaya 2620 KW dengan daya reduksi kurang lebih 2500 ton. Daya ini ditransmisikan melalui shaft panjang ke coupling, kemudian dihubungkan ke *work roll*. Selain berputar, roll bagian atas (*back up* dan *work roll*) dapat digerakkan naik turun dengan aksi hidrolis, untuk mengatur celah (*gap*) antar *work roll*, sedangkan posisi bagian bawah tetap.

Panjang maksimum plat yang dapat dihasilkan adalah 30 m (100 ft), yaitu jarak antara *descaller* dan *rolling mill*. Selama pengerolan, roll didinginkan dengan cara menyemprotkan air agar tidak retak dan pecah karena temperatur yang panas. Setelah melalui *descaller*, *slab* dengan temperatur kurang lebih 750°C kemudian digerakkan oleh *roll table* melalui celah antara dua *work roll* mesin roll. Proses ini dilakukan bolak balik sampai diperoleh tebal yang diinginkan. Untuk tujuan ini, pada *rolling mill* terdapat petunjuk yang terdiri dari dua buah jarum petunjuk. Jarum yang panjang menunjukkan besarnya reduksi, sedangkan jarum yang pendek menunjukkan ketebalan plat yang telah dicapai dalam satu kali

pengerolan, yaitu merupakan jarak antara dua buah *work roll*. Agar tidak terjadi pelebaran ke samping (*transversal*) maka pada mesin roll dilengkapi dengan pengatur ukuran, sehingga pada proses pengerolan ini hanya terjadi proses ke arah panjang (*longitudinal*). Selama proses pengerolan juga dilakukan penyemprotan air seperti pada *descaling*. Dengan adanya beberapa kali *descaling* dan juga karena lamanya waktu pengerolan ($\pm 5 - 7$ menit), menyebabkan temperatur *slab* turun. Jika temperatur *slab* sudah mencapai 700°C , maka *slab* sudah tidak boleh di roll lagi meskipun tebalnya belum mencapai batas yang diinginkan.



Gambar 2.1 Proses Rolling Mill

2.1.1 Tinjauan Penelitian Pendahuluan

Permasalahan yang diteliti dalam tugas akhir terdahulu adalah bagaimana pengaruh temperatur dan prosentase kadar CE terhadap kekuatan tarik pada produk plat baja. Sehingga tujuan yang ingin dicapai adalah untuk mengetahui pengaruh temperatur dan prosentase kadar CE terhadap kekuatan tarik. Level faktor yang digunakan adalah prosentase kadar CE 0,23%, 0,28%, 0,33% dan temperatur 750°C, 775°C, 800°C, 825°C, 850°C, 875°C). Maka analisis yang digunakan desain faktorial dua arah dan sebagai uji lanjut dengan menggunakan *Polinomial Kontras Ortogonal*. Hasil dari penelitian adalah sebagai berikut:

- a. Temperatur mempunyai pengaruh nyata terhadap kekuatan tarik plat baja, sehingga pengaruhnya terlihat pada kondisi temperatur yang semakin tinggi akan menurunkan tingkat kekuatan tarik plat baja.
- b. Prosentase kadar CE mempunyai pengaruh nyata terhadap kekuatan tarik plat baja, sehingga pengaruhnya terlihat pada kondisi prosentase kadar CE yang semakin tinggi akan menaikkan kekuatan tarik plat baja.
- c. Interaksi temperatur dengan prosentase kadar Ce tidak mempunyai pengaruh terhadap kekuatan tarik plat baja.
- d. Pada kadar CE 0,23% dengan temperatur 800°C menghasilkan kekuatan tarik 452 N/mm², pada kadar CE 0,28% dengan temperatur 800°C menghasilkan kekuatan 461 N/mm² dan pada kadar CE 0,33% dengan temperatur 800°C menghasilkan kekuatan tarik 491 N/mm².

2.2 Analisis Permukaan Respon (*Respon Surface*)

Metode *respon surface* adalah salah satu metode statistik yang digunakan untuk memecahkan persoalan optimasi. Tujuan dari metode *respon surface* adalah menghasilkan kondisi optimum pada beberapa faktor yang mempengaruhi hasil respon.

Secara matematis hubungan antara variabel respon Y dan variabel bebas X_i dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

dimana: Y = variabel respon

X_i = variabel bebas

ε = kesalahan pendugaan (error) yang diasumsikan IIDN $(0, \sigma^2)$

Sebagian besar hubungan persamaan (2.1) tidak diketahui, sehingga tahap awal dalam metode *respon surface* adalah menemukan pendekatan model polinomial yang sesuai untuk hubungan fungsional antara variabel respon dan variabel bebasnya. Oleh karena itu pendekatan fungsinya untuk model orde pertama dapat ditulis:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

Apabila model orde pertama tidak sesuai maka ditingkatkan pada model orde kedua sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k \beta_{jm} x_j x_m + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

Pada umumnya permasalahan penerapan metode *respon surface* adalah penggambaran model orde pertama atau orde kedua dari pendekatan polinomial. Untuk menduga parameter model, metode pendugaan yang digunakan adalah metode *Ordinary Least Square* (OLS). Setelah mendapatkan model yang sesuai, selanjutnya adalah menentukan titik stasioner yang berfungsi untuk menentukan kondisi optimum yang kemudian menganalisis sensitifitas respon disekitar titik optimum.

2.2.2 Metode *Ordinary Least Square*

Untuk menduga suatu model regresi terlebih dahulu ditentukan nilai dari koefisien regresinya. Salah satu cara untuk menentukan koefisien regresi adalah dengan metode least square. Metode *Ordinary Least Square* (OLS) bertujuan untuk menduga nilai taksiran parameter yang mempunyai varians yang minimum. Persamaan (2.3) apabila dinotasikan dalam bentuk matrik adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

taksiran parameter $\boldsymbol{\beta}$ diperoleh dengan cara mendefferensialkan jumlah kuadrat error (SSE) terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan disamadengankan nol.

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial SSE}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} &= -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad \dots\dots\dots (2.5) \end{aligned}$$

nilai dugaan kuadrat terkecil bagi $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ adalah \mathbf{b} , bila disubstirusikan kepersamaan (2.5) akan meminimumkan nilai SSE.

2.2.3 Rancangan Percobaan Orde Pertama

Pada tahap awal untuk menduga model orde pertama menggunakan rancangan faktorial 2^k ditambah dengan pengamatan pada titik pusat. Dalam metode permukaan respon, level faktor diberi kode -1 untuk level rendah dan $+1$ untuk level tinggi. Pengkodean tersebut diperoleh dengan mentransformasikan level dari faktor dengan persamaan:

$$x_i = \frac{2(X_i - \bar{X})}{R_i} \quad \dots \dots \dots (2.6)$$

dimana: x_i = hasil kode dari variabel ke-i

X_i = nilai level variabel ke-i

\bar{X} = rata-rata dari level rendah dan tinggi untuk faktor ke-i

R_i = selisih antara level rendah dan level tinggi

Hasil pengkodean tersebut digunakan untuk menyusun rancangan percobaan orde pertama seperti pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Rancangan percobaan orde pertama

No	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3
1	+1	+1	+1	Y_{111}	Y_{211}	Y_{311}
2	+1	+1	-1	Y_{112}	Y_{212}	Y_{312}
3	+1	-1	+1	Y_{113}	Y_{213}	Y_{313}
4	+1	-1	-1	Y_{114}	Y_{214}	Y_{314}
5	-1	+1	+1	Y_{121}	Y_{221}	Y_{321}
6	-1	+1	-1	Y_{122}	Y_{222}	Y_{322}
7	-1	-1	+1	Y_{123}	Y_{223}	Y_{323}
8	-1	-1	-1	Y_{124}	Y_{224}	Y_{324}
9	0	0	0	Y_{131}	Y_{231}	Y_{331}
10	0	0	0	Y_{132}	Y_{232}	Y_{332}
11	0	0	0	Y_{133}	Y_{233}	Y_{333}

Tabel 2.1 tersebut merupakan rancangan percobaan untuk kasus 3 variabel bebas dengan jumlah percobaan sebanyak 11 yang berasal dari percobaan faktorial 2^3 ditambah tiga percobaan dititik pusat. Setelah didapatkan taksiran untuk model orde pertama, dilakukan uji parameter dan uji kesesuaian model (*Lack of Fit*). Apabila pada orde pertama *Lack of Fit* signifikan, maka dilakukan percobaan orde kedua, namun jika tidak maka perlu dilakukan eksperimen dengan menggunakan metode *Steepest Ascent*.

2.2.4 Rancangan Percobaan Orde Kedua

Rancangan percobaan orde kedua dilakukan jika model orde pertama tidak signifikan. Pada rancangan percobaan orde kedua digunakan *Central Composite Design* (CCD) yaitu desain untuk menduga model orde kedua yang terdiri dari rancangan faktorial 2^k ditambah pengamatan pada titik pusatnya dan titik sumbu ($\alpha = 2^{k/4}$). Dengan menggunakan Tabel *Orthogonal Central Composite Design* akan didapatkan rancangan percobaan seperti pada Tabel 2.3.

Tabel 2.2 Tabel *Orthogonal Central Composite Design*

K	F	n_1	n_2	N	α
3	8	6	6	20	1,682
4	16	8	7	31	2,000
5	32	10	10	52	2,378

Keterangan:

k = banyaknya variabel bebas

F = desain faktorial 2^k

n_1 = banyaknya titik sumbu

n_2 = banyaknya titik pusat

Tabel 2.3 Rancangan percobaan orde kedua

No	X_1	X_2	X_3	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}
1	+1	+1	+1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}
2	+1	+1	-1	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}
3	+1	-1	+1	Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}
4	+1	-1	-1	Y_{14}	Y_{24}	Y_{34}
5	-1	+1	+1	Y_{15}	Y_{25}	Y_{35}
6	-1	+1	-1	Y_{16}	Y_{26}	Y_{36}
7	-1	-1	+1	Y_{17}	Y_{27}	Y_{37}
8	-1	-1	-1	Y_{18}	Y_{28}	Y_{38}
9	0	0	0	Y_{19}	Y_{29}	Y_{39}
10	0	0	0	Y_{110}	Y_{210}	Y_{310}
11	0	0	0	Y_{111}	Y_{211}	Y_{311}
12	0	0	0	Y_{112}	Y_{212}	Y_{312}
13	0	0	0	Y_{113}	Y_{213}	Y_{313}
14	0	0	0	Y_{114}	Y_{214}	Y_{314}
15	$-\alpha$	0	0	Y_{115}	Y_{215}	Y_{315}
16	$+\alpha$	0	0	Y_{116}	Y_{216}	Y_{316}
17	0	$-\alpha$	0	Y_{117}	Y_{217}	Y_{317}
18	0	$+\alpha$	0	Y_{118}	Y_{218}	Y_{318}
19	0	0	$-\alpha$	Y_{119}	Y_{219}	Y_{319}
20	0	0	$+\alpha$	Y_{120}	Y_{220}	Y_{320}

2.3.5 Pengujian Model

Pengujian model dilakukan untuk mengetahui apakah model telah sesuai dengan model dugaan, yakni diuji dengan ada atau tidaknya *Lack of Fit* pada model (model orde satu ataupun model orde kedua). Dalam pengujian model (model orde pertama ataupun orde kedua) diuji dengan menggunakan hipotesis:

H_0 : model sesuai (tidak ada *Lack of Fit*)

H_1 : model tidak sesuai (ada *Lack of Fit*)

Dan statistik uji F:

$$F = \frac{JKT_{lof}}{JKT_{pe}}$$

jika $F > F_{\alpha; (n-k-1-n_e, n_e)}$ maka tolak H_0 , artinya model yang diduga tidak sesuai.

Tabel 2.4 Tabel ANOVA

Sumber Variasi	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Jumlah Kuadrat Tengah	F-Ratio
Regresi	k	$b^T X^T y - ny^2$	$\frac{JK_{reg}}{k}$	$\frac{JKT_{reg}}{JKT_{res}}$
Linier	a	$b_a^T X_a^T y_a$	$\frac{JK_{reg(a)}}{a}$	$\frac{JKT_{reg(a)}}{JKT_{res}}$
Kuadratik	b	$b_b^T X_b^T y_b$	$\frac{JK_{reg(b)}}{b}$	$\frac{JKT_{reg(b)}}{JKT_{res}}$
Interaksi	c	$b_c^T X_c^T y_c$	$\frac{JK_{reg(c)}}{c}$	$\frac{JKT_{reg(c)}}{JKT_{res}}$
Residual	$n-k-1$	$y^T y - b^T X^T y$	$\frac{JK_{res}}{(n-k-1)}$	
Lack of Fit	$n-k-1-n_e$	$JK_{res} - JK_{pe}$	$\frac{JK_{lof}}{n-k-n_e}$	$\frac{JKT_{lof}}{JKT_{pe}}$
Pure Error	n_e	$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2$	$\frac{JK_{pe}}{n_e}$	
Total	$n-1$	$y^T y - ny^2$		

Dimana:

n = banyaknya observasi

k = banyaknya variabel bebas

$n_e = \sum_{j=1}^k n_j - m$ = banyaknya jumlah data yang mempunyai amatan berulang

n_j = banyaknya data yang berulang

m = banyaknya pengulangan

a = banyaknya variabel bebas yang linier

b = banyaknya variabel bebas yang kuadratik

c = banyaknya variabel bebas yang interaksi

Selain dilakukan pengujian *Lack of Fit* model, juga dilakukan pengujian terhadap parameter dalam model. Hipotesis untuk pengujian parameter adalah:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_j \neq 0 \quad ; j = 1, 2, \dots, k$$

Dengan statistik uji F:

$$F = \frac{JKT_{reg}}{JKT_{resi}}$$

jika $F > F_{\alpha, (k-1, n-k)}$ maka tolak H_0 , artinya pada tingkat signifikan α secara statistik variabel-variabel X_i dalam model memberikan sumbangan yang cukup berarti terhadap Y .

Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian secara individu untuk mengetahui sumbangan terhadap terjadinya perubahan pada variabel Y . Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0: \beta_i = 0$$

$$H_1: \beta_i \neq 0 \quad ; i = 1, 2, \dots, n$$

Dengan statistik uji t:

$$t = \frac{b_i - \beta_i'}{s(b_i)}$$

dimana: b_i = taksiran β_i

$$s(b_i) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

Penolakan hipotesis dilakukan jika $|t_{hitung}| > t_{n-k-1; \alpha/2}$ maka tolak H_0 , artinya pada tingkat signifikan α secara statistik variabel-variabel X_i dalam model memberikan sumbangan yang cukup berarti terhadap Y .

2.2.6 Pemeriksaan Asumsi Residual

Residual didefinisikan sebagai selisih antara nilai respon yang sesungguhnya dengan nilai dugaan model yang dihasilkan. Dalam pendugaan model diasumsikan bahwa residual independen satu sama lain (asumsi independen), mempunyai varians yang konstan (asumsi identik) dan berdistribusi normal (asumsi normal). Jika model yang diduga benar maka residual yang dihasilkan tidak menyimpang dari asumsi-asumsi tersebut.

- Uji Identik

Untuk memeriksa apakah penyebaran sisaan sama atau sisaan mempunyai varians yang konstan maka dilakukan dengan memeriksa plot e_i dan \hat{y}_i . Sisaan mempunyai varians yang konstan jika titik pada plot e_i dan \hat{y}_i acak disekitar garis nol dan tidak membentuk pola tertentu. Untuk mendeteksi lebih lanjut dapat dilakukan Uji *Glejser*, yaitu meregresikan nilai absolut residual dengan variabel prediktor. Jika tidak terdapat parameter regresi yang signifikan antara residual dengan masing-masing variabel prediktor maka asumsi identik terpenuhi.

- Uji Independen

Jika asumsi bahwa sisaan tidak saling berkorelasi satu dengan yang lain dilanggar, maka bisa dikatakan bahwa tebaran sisaan menyebar berdasarkan urutan waktu atau urutan yang lain tergantung oleh keadaan. Salah satu cara untuk menguji

adanya korelasi serial dalam sisaan adalah melalui plot ACF (*Auto Correlation Function*) dengan hipotesis:

H_0 : tidak ada korelasi antar residual

H_1 : ada korelasi antar residual

Asumsi independen dipenuhi jika nilai *Auto Correlation Function* (ACF) berada dalam interval $\{-2\sqrt{n}, +2\sqrt{n}\}$, yang berarti gagal menolak H_0 (tidak ada korelasi antar residual).

- Uji Distribusi Normal

Asumsi normal pada sisaan dapat diketahui dengan melihat QQ plot. Jika titik-titik pada QQ plot mendekati garis lurus dari kiri bawah ke kanan atas, berarti residual tersebut mengikuti distribusi normal. Pengujian distribusi normal juga dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Statistik *Kolmogorov Smirnov* adalah:

$$D = \sup |S(x) - F_0(x)|$$

Dimana:

$s(x)$ = proporsi nilai pengamatan sampel yang kurang dari sama dengan x

$F_0(x)$ = fungsi kumulatif yang diketahui (distribusi normal)

D = supremum untuk semua x yang diperoleh dari nilai mutlak beda $s(x)$ dengan $F_0(x)$

Jika $D > \text{kuartil}(1-\alpha)$ pada tabel *Kolmogorov-Smirnov* maka tolak H_0 yang berarti residual berdistribusi normal pada level pengujian α .

2.2.7 Menentukan Titik Stasioner

Jika *Lack of Fit* pada orde kedua tidak signifikan, maka berdasarkan model tersebut ditentukan titik stasioner yaitu nilai dari variabel bebas yang memberikan respon optimal. Misalkan model yang didapatkan model orde kedua, dalam bentuk matrik dugaan model dituliskan:

$$\hat{y} = b_0 + \mathbf{x}^T \mathbf{b} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

dimana:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & b_{13}/2 & \dots & b_{1k}/2 \\ & b_{22} & b_{23}/2 & \dots & b_{2k}/2 \\ & & \ddots & & \vdots \\ \text{sym} & & & & \dots & b_{kk} \end{bmatrix}$$

Titik stasioner didapatkan dengan mendefersialkan persamaan (2.7) terhadap \mathbf{x} dan disamakan dengan nol sebagai berikut:

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{x}^T \mathbf{b} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}) = 0$$

$$\mathbf{b} + 2\mathbf{B}\mathbf{x} = 0$$

$$\mathbf{x}_0 = -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}/2 \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.8) ke persamaan (2.7) akan diperoleh nilai optimum respon:

$$\hat{y}_0 = b_0 + \mathbf{x}_0^T \mathbf{b}/2 \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

2.2.8 Karakteristik Permukaan Respon

Setelah didapatkan titik stasioner, maka langkah selanjutnya adalah menentukan karakteristik permukaan respon di daerah optimum sehingga dapat ditentukan jenis titik stasionernya apakah berada di titik maksimum, titik minimum atau di titik pelana.

Untuk memudahkan penentuan jenis titik stasioner maka digambarkan kontur dari permukaan respon. Namun bila variabel bebasnya lebih dari dua maka interpretasinya menjadi lebih sulit, sehingga digunakan analisis kanonik. Analisis kanonik digunakan untuk mentransformasikan fungsi respon dari titik asal $\mathbf{x}(0, 0, \dots, 0)$ ke titik stasioner \mathbf{x}_0 , dan sekaligus merotasikan sumbu koordinat sehingga menghasilkan fungsi respon sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{y}_0 + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2 \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

dimana:

\hat{y}_0 = nilai dugaan y pada titik stasioner

λ_i = konstanta yang merupakan akar ciri dari matrik **B**

w = variabel bebas baru hasil transformasi

Karakteristik dari permukaan respon ditentukan dari harga λ_i sebagai berikut:

1. Jika nilai λ_i semuanya positif maka \mathbf{x}_0 adalah titik minimum.
2. Jika nilai λ_i semuanya negatif maka \mathbf{x}_0 adalah titik maksimum.
3. Jika nilai λ_i berbeda tanda maka \mathbf{x}_0 adalah titik pelana.

Untuk menentukan tingkat sensitifitas dari respon yang mengalami perubahan pada sumbu w_1 dapat dilihat dari nilai $|\lambda_1|$. Semakin besar nilai λ_1 maka tingkat sensitifitas semakin tinggi. Transformasi sumbu asal ke sumbu w dinyatakan dengan persamaan:

$$w = M^T (x - x_0) \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

Dimana M adalah matrik orthogonal berukuran $k \times k$ yang diperoleh dari persamaan berikut:

$$(B - \lambda_i I_k) M_i = 0 \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

dimana:

$$M_i = \begin{bmatrix} m_{1i} \\ m_{2i} \\ \vdots \\ m_{ki} \end{bmatrix} ; \text{ dan } M_i^T M_i = \sum_{j=1}^k m_{ji}^2 = 1$$

2.2.9 Analisis Ridge (*Ridge Analysis*)

Jika dalam menentukan karakteristik permukaan respon dengan analisis kanonik diperoleh titik pelana maka digunakan analisis Ridge. Dalam analisis Ridge fungsi estimasi respon dapat dijadikan analisis tambahan yang bermanfaat untuk membantu menentukan kondisi terbaik.

Berdasarkan fungsi respon orde kedua dengan bentuk kanonik yang terdapat pada persamaan 2.10 dan titik stasioner persamaan 2.7, maka dapat dinotasikan:

$$\hat{y} = b_0 + x^T b + x^T B x = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

dengan kendala $\sum_{i=1}^k x_i^2 = R^2 \quad \dots\dots\dots (2.13)$

Untuk memaksimumkan \hat{y} dengan kendala pada persamaan 2.13 untuk berbagai nilai R, maka dipertimbangkan fungsi:

$$F = \bar{y} - \mu(x^T x - R^2) \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

dimana μ = pengganda Lagrange

Sehingga persamaan 2.14 menjadi:

$$F = b_0 + x^T b + x^T Bx - \mu(x^T x - R^2) \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

Penyelesaian untuk x diperoleh dengan mendefersialkan persamaan 2.15 terhadap x .

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(b_0 + x^T b + x^T Bx) = 0$$

$$b + 2Bx - 2\mu x = 0$$

$$(B - \mu I_k) x = -b/2 \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

Adapun tahap-tahap dalam analisis Ridge adalah:

- Menghitung akar-akar karakteristik dari matrik **B**.
- Memilih nilai μ , kemudian masukkan pada persamaan 2.16 untuk mencari solusi x .
- Menghitung jarak antara pusat rancangan $(0, 0, \dots, 0)$ dengan vektor x menggunakan formula:

$$R = (x^T x)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

Kemudian menghitung \hat{y} dengan cara mensubsitusikan vektor x kedalam fungsi respon.

- Prosedur ini dilakukan sampai ditemukan titik yang sesuai yang terletak didalam kurva (radius R).

2.2.10 Pengujian Distribusi Multivariat Normal

Multivariat normal data dapat diuji dengan nilai kuadrat jarak pada setiap pengamatan dengan persamaan sebagai berikut:

$$d_i^2 = (X_i - \bar{X})^T S^{-1} (X_i - \bar{X}) \quad \dots\dots\dots (2.18)$$

dimana:

X_i = pengamatan respon ke-j

i = banyaknya variabel respon

S^{-1} = invers matrik varian kovarian

nilai $d_{(i)}^2$ yang didapatkan diurutkan dari nilai terkecil ke nilai terbesar $d_{(1)}^2 \leq d_{(2)}^2 \leq \dots \leq d_{(n)}^2$. Kemudian dibuat *scatter plot* antara $d_{(i)}^2$ dengan $\chi^2(p, \frac{i-0.5}{n})$. Bila plot mendekati garis lurus maka dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi multivariat normal. Atau dapat juga ditunjukkan dari nilai probabilitas $d_{(1)}^2 \leq \chi^2_{(p)}$ adalah minimal 50%.

2.2.11 Metode *Generalized Distance*

Analisis multirespon merupakan suatu metode matematik dan statistik untuk mendapatkan suatu kondisi optimal variabel repon dari suatu proses produksi. Dimana antar variabel respon ada hubungan atau dapat dikatakan antar variabel respon saling dependen. Sehingga dalam penentuan kondisi variabel respon harus memperhatikan korelasi antar variabel respon tersebut.

Salah satu karakter dasar dari fungsi pendekatan *Generalized Distance* adalah ingin mengevaluasi ketidaksesuaian yang dapat mengarah pada hasil yang tidak akurat. Lebih jauh lagi pendekatan ini tidak termasuk dalam heterogenitas varians. Hal ini merupakan pertimbangan penting dalam prosedur optimasi secara

simultan. Kita asumsikan bahwa semua fungsi multirespon dalam sistem multirespon tergantung pada input variabel pada himpunan yang sama, yaitu x_1, x_2, \dots, x_n , dan dapat ditampilkan sebagai model regresi polinomial dalam derajat yang sama dengan daerah eksperimen.

Fungsi jarak ditunjukkan dengan $\rho[\hat{y}(x), \phi]$. Optimasi multirespon yang melibatkan kondisi pada x yang meminimumkan fungsi jarak ini memiliki daerah eksperimen tertentu. Fungsi jarak ρ dapat dipilih dari beberapa cara, salah satunya adalah jarak terukur.

$$\rho[\hat{y}(x), \phi] = \left[(\hat{y}(x) - \phi)^T \{\text{var } \hat{y}(x)\}^{-1} (\hat{y}(x) - \phi) \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (2.19)$$

dimana: $\text{var} \begin{bmatrix} \hat{y}(x) \end{bmatrix} = z^T(x) (x_0^T x_0)^{-1} z(x) \hat{\Sigma}$

Dengan menggunakan estimasi untuk varians-covarians dari $\hat{Y}(x)$ didapatkan:

$$\rho[\hat{y}(x), \phi] = \left[\frac{(\hat{y}(x) - \phi)^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{y}(x) - \phi)}{z^T(x) (x_0^T x_0)^{-1} z(x)} \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (2.20)$$

dimana: ϕ_i = nilai optimum dari $\hat{y}(x)$; $i = 1, 2, \dots, r$

$$\hat{\Sigma} = \frac{y^T \left[I_N - x_0 (x_0^T x_0)^{-1} x_0^T \right] y}{N - p}$$

Misalkan ζ_i adalah nilai optimum sebenarnya dari respon ke- i yang dioptimalkan secara individu pada daerah eksperimen ($i=1, 2, \dots, r$) dan $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_r)^T$. Jika D_ζ daerah kepercayaan untuk ζ , maka:

$$\rho[\hat{y}(x), \zeta] \leq \max \rho[\hat{y}(x), \zeta] \dots\dots\dots (2.21)$$

dimana: ξ_i = titik dimana $\hat{y}_i(\mathbf{x})$ mencapai optimum secara individu ϕ_i

Titik sisi kanan persamaan (2.21) adalah fungsi over estimasi dari $\rho[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}), \zeta]$ yang seharusnya diminimumkan pada $\rho[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}), \phi]$. Bila ζ tidak diketahui maka kita menggunakan pendekatan konservatif dan meminimumkan fungsi sebelah kanan persamaan (2.21) pada daerah eksperimen. Fungsi ini dianggap sebagai *Generalized Distance* terukur yang melibatkan randomisasi ϕ .

(Kuhri dan Conlon 1981) menunjukkan pertidaksamaan:

$$\gamma_{1i} \leq \zeta_i \leq \gamma_{2i}; \quad i = 1, 2, \dots, r \quad \dots \dots \dots (2.22)$$

dengan selang kepercayaan $1-\alpha^*$ dimana:

$$\begin{aligned} \gamma_{1i} &= \phi_i - \mathbf{g}_i(\mathbf{X}_0, \hat{\xi}_i) \sqrt{MS_e t_{\alpha^*, 2, N-p}} \\ \gamma_{2i} &= \phi_i + \mathbf{g}_i(\mathbf{X}_0, \hat{\xi}_i) \sqrt{MS_e t_{\alpha^*, 2, N-p}} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, r \quad \dots \dots \dots (2.23) \end{aligned}$$


$$\alpha^* = 1 - (1-\alpha)^2$$

pada persamaan (2.23) MS_e adalah *Mean Square Error* dari respon dan ditunjukkan sebagai:

$$\begin{aligned} MS_e &= \frac{\mathbf{y}_i^T [\mathbf{I}_N - \mathbf{x}_0 (\mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_0)^{-1} \mathbf{x}_0^T] \mathbf{y}_i}{N-p} \\ \mathbf{g}_i(\mathbf{X}_0, \hat{\xi}_i) &= \left[\mathbf{z}^T(\hat{\xi}_i) (\mathbf{x}_0^T \mathbf{x}_0)^{-1} \mathbf{z}(\hat{\xi}_i) \right]^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad i=1, 2, \dots, r \end{aligned}$$

pertidaksamaan ganda dalam persamaan (2.22) menunjukkan daerah kepercayaan untuk ζ dengan koefisien kepercayaan $1-\alpha^*$. Secara ringkasnya langkah-langkah dalam menentukan optimasi multirespon adalah sebagai berikut:

1. Prediksi persamaan untuk tiap respon $\hat{y}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{z}^T(\mathbf{x})\hat{\beta}_i$ dengan menggunakan data multirespon dan Metode *Ordinary Least Square*.
2. Pengukuran distance ρ menggunakan persamaan (2.20).
3. Pendugaan respon yang dioptimalkan secara individu pada daerah eksperimen R untuk menunjukkan vektor ϕ dari estimasi optimal individu.
4. Daerah kepercayaan vektor D_z dibuat dengan menggunakan pertidaksamaan (2.23).
5. Fungsi jarak $\rho[\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}), \phi]$ dipilih dari langkah 2 dengan memperhatikan $\xi \in D_z$ untuk \mathbf{x} yang ditetapkan dalam R .
6. Hasil optimum ditunjukkan oleh langkah 5, yang diperoleh fungsi \mathbf{x} itu sendiri yang diminimumkan pada R .



BAB III

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Bahan Penelitian

Penelitian dilakukan di PT. Gunawan Dianjaya Steel dengan bahan percobaan atau unit eksperimen dalam penelitian ini adalah produk plat baja dengan jenis *High Strength* dan dilakukan pada ketebalan 20 mm. Data yang digunakan adalah data primer yang diperoleh dari proses *Rolling Mill* dan melakukan pengujian (*speciment*) di laboratorium pada bulan April – Mei 2001.

3.2 Alat dan Mesin yang Digunakan

Alat dan mesin yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Satu unit alat pengukur temperatur (*Phyrometer*) yang dipasang pada posisi $\pm 45^\circ$ dengan ketinggian ± 8 m mengarah ke bahan baku (*Slab*) yang di roll.

Merk : CHINO

Model : IR - GAW

Buatan : TAIWAN

Tegangan : 220 volt

2. Satu unit mesin scrap (*Shapping Machine*)

Model : BC - 6063

Buatan : TAIWAN

Tegangan : 380 Volt

Frekwensi : 50 Hz

3. Satu unit mesin uji tarik (*Universal Testing Machine*)

Model : HTT- 8501

Buatan : HUNGTA INSTRUMENT Co.Ltd. Taiwan

Kapasitas : 100 Ton

Tegangan : 380 Volt

3.3 Variabel-variabel yang Diteliti

Variabel bebas yang digunakan untuk bahan penelitian adalah:

- Prosentase kadar CE

Dari komposisi kimia *slab* yang tercantum pada mill sertifikat dapat dihitung *Carbon Equivalent* (CE) melalui persamaan:

$$CE = C + \frac{Mn}{6} + \frac{Cr + Mo + N}{5} + \frac{Ni + Cu}{15}$$

Carbon Equivalent (CE) menyatakan/menggambarkan besarnya kadar unsur terkandung dalam *slab* untuk menentukan range tebal dari plat, karena dengan makin besar nilai CE kekuatan pelat makin meningkat dimana kadar unsur juga meningkat. Ketebalan bahan mempunyai pengaruh terhadap peningkatan kekuatan mekanis. Hal ini disebabkan adanya mekanisme pengerasan oleh terhalangnya pergerakan dislokasi oleh batas butir, antar dislokasi, presipitasi dan lain-lain, sehingga dibutuhkan daya yang lebih besar untuk melewatinya. Prosentase kadar CE yang digunakan dalam penelitian adalah 0,23%, 0,28% dan 0,33%. Penentuan prosentase kadar CE berdasarkan penelitian terdahulu.

- Temperatur

Penentuan temperatur dilakukan pada tahap *Rolling Mill*. Berdasarkan penelitian terdahulu yang menghasilkan kekuatan tarik maksimum pada temperatur 800°C, maka peneliti menetapkan hanya pada 3 macam temperatur saja, yaitu 750°C, 775°C dan 800°C.

- Kecepatan roll yang digunakan dalam penelitian adalah 4 mpa/menit, 5 mpa/menit dan 6 mpa/menit. Adapun acuan yang digunakan adalah berdasarkan penelitian Kerja Praktek karya Lukman Hakim (D3 Teknik Mesin ITS, 2000).

Adapun variabel respon yang diteliti adalah:

- Kekuatan tarik atau *Ultimate Tensile Strength* (N/mm^2)
- Kekuatan mulur atau *Yield Strength* (N/mm^2)
- Perpanjangan atau *Elongation* (mm)

Pengaruh Variabel Bebas Terhadap Variabel Respon

1. Prosentase kadar CE, semakin tinggi prosentase kadar CE akan memberikan kekuatan mekanis yang optimum. Bila atom *Mn* berikatan dengan atom *C* akan membentuk *MnC* (*Mangan Carbida*). Senyawa ini akan memperlambat proses pertumbuhan butir atau cenderung memperkecil ukuran butir. Ukuran butir yang relatif kecil akan memperbanyak jumlah batas butir, dimana batas butir tersebut menyimpan tegangan dan pada akhirnya akan meningkatkan kekuatan mekanis baja itu sendiri.
2. Temperatur, semakin rendah temperatur akan memberikan hasil kekuatan mekanis yang optimum. Hal ini disebabkan oleh timbulnya tegangan pada batas butir baja sehingga terjadi akumulasi tegangan butir yang secara umum akan meningkatkan kekuatan mekanis baja.
3. Kecepatan, perubahan kecepatan (dari lambat ke cepat) akan berpengaruh terhadap lamanya pengerollan. Semakin cepat berjalannya *roll table* maka makin singkat waktu yang dibutuhkan untuk pengerollan, namun akan mempersingkat waktu terjadinya akumulasi tegangan butir yang nantinya akan menurunkan kekuatan mekanis.

3.4 Rancangan Eksperimen

Pada tahap awal untuk menduga model orde pertama menggunakan rancangan faktorial 2^k ditambah dengan pengamatan pada titik pusat. Dalam metode permukaan respon, level faktor diberi kode -1 untuk level rendah dan $+1$ untuk level tinggi. Rancangan percobaan orde dapat dilihat pada Lampiran A.

Apabila pada orde pertama *Lack of Fit* signifikan, maka dilakukan percobaan orde kedua, namun jika tidak maka perlu dilakukan eksperimen dengan menggunakan metode *Steepest Ascent*. Rancangan percobaan orde kedua digunakan *Central Composite Design* (CCD) yaitu desain untuk menduga model orde kedua yang terdiri dari rancangan faktorial 2^k ditambah pengamatan pada titik pusatnya dan titik sumbu ($\alpha = 2^{k/4}$). Rancangan percobaan orde dapat dilihat pada Lampiran A.

3.5 Prosedur Pengambilan Data dan Pengolahan Data

Langkah langkah yang diambil dalam pengambilan data adalah:

1. Melakukan setting pada mesin (temperatur dan kecepatan roll) dengan ketebalan 20 mm sesuai dengan perencanaan data yang diambil.
2. Menandai plat (*marking*) untuk diambil sampel ujinya (*test piece*) dengan menggunakan *Steel Marker* atau *Pilot Super Color White*.
3. Potong sampel uji (*test piece*) dari sisa potongan (*crop plate*) menggunakan *Gas Cutting* dengan mal besi ukuran 55 X 460 mm pada arah transversal.
4. Potongan-potongan plat dibawa ke mesin sekrup untuk dibuat sampel uji mekanik. Setelah benda uji selesai dibuat ukur benda uji pada ketebalan dan lebar (dengan micrometer), digunakan jangka sorong untuk memberikan tanda batas (*gauge length*) dengan jarak 200 mm, kemudian lubangi tanda tersebut

dengan penitik. Pada bagian ini dianggap menerima pengaruh dari bagian pembebanan, ini pula yang selalu diukur panjangnya pada proses pengujian.

5. Sampel uji mekanik dapat dilakukan di *Universal Testing Machine* untuk diketahui nilai mekaniknya. Pada proses pengujian ini batang uji dijepit dengan pencekap di mesin *Universal Testing Machine* pada kedua ujungnya, kemudian ditarik ke arah memanjang secara perlahan. Selama penarikan hasil pengujian akan dicatat dengan grafik yang tersedia pada *Universal Testing Machine* yaitu berupa besarnya gaya tarik yang bekerja dan besarnya pertambahan panjang yang terjadi akibat gaya tarik tersebut. Penarikan ini berlangsung sampai batang uji putus.

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah adalah dengan metode *Multirespon Surface*, dengan tahap-tahap sebagai berikut:

1. Melakukan percobaan orde pertama.
2. Menduga model orde pertama dan menguji parameternya.
3. Melakukan percobaan orde kedua.
4. Menduga model orde kedua dan menguji parameternya.
5. Melakukan pengujian asumsi residual.
6. Menentukan titik stasioner.
7. Melakukan analisis karakteristik respon.
8. Menentukan titik yang paling optimum dengan pendekatan *Generalized Distance*, karena antar variabel respon saling dependen.

Adapun dalam pengolahannya akan menggunakan paket program Minitab, Turbo C++ dan program aplikasi MR.TAR.Z.



BAB IV

BAB IV

ANALISIS DATA DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Model Orde Pertama

Hasil pengolahan data untuk orde satu dapat dilihat selengkapnya pada lampiran B₁. Pada lampiran tersebut dapat dilihat bahwa model orde pertama adalah sebagai berikut:

$$Y_1 = 512,364 + 26,375 X_1 + 8,375 X_2 - 1,375 X_3$$

$$Y_2 = 412,182 + 23,375 X_1 + 4,125 X_2 - 1,375 X_3$$

$$Y_3 = 24,818 - 3,250 X_1$$

Dimana: Y_1 = nilai dugaan kekuatan tarik (UTS) orde pertama

Y_2 = nilai dugaan kekuatan mulur (YS) orde pertama

Y_3 = nilai dugaan perpanjangan (E) orde pertama

X_1 = kadar CE (%)

X_2 = temperatur (°C)

X_3 = kecepatan roll(mpa/menit)

Setelah didapatkan model, selanjutnya dilakukan pengujian terhadap kesesuaian model dengan hipotesa sebagai berikut:

H_0 : tidak ada *Lack of Fit* (model sesuai)

H_1 : ada *Lack of Fit* (model tidak sesuai)

Seperti pada lampiran B₁ terlihat bahwa P_{value} dari *Lack of Fit* pada respon UTS

($P_{value} = 0,060$), dan P_{value} *Lack of Fit* pada respon YS ($P_{value} = 0,291$), serta P_{value}

Lack of Fit pada respon E ($P_{\text{value}} = 0,443$) yang lebih besar dari 5% (tingkat α signifikan) sehingga dapat diambil keputusan menerima H_0 , yang berarti tidak ada *Lack of Fit* atau model sesuai. Akan tetapi apabila dilakukan pengujian secara serentak terhadap parameter model, dengan menggunakan hipotesa:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_j \neq 0 \quad ; j = 1, 2, 3$$

P_{value} yang diperoleh pada ANOVA untuk respon UTS sebesar 0,071 dan untuk respon YS sebesar 0,070 serta untuk respon E sebesar 0,109 yang lebih besar dari 5% (tingkat α signifikan) maka dapat diambil keputusan menerima H_0 yang berarti tidak ada satupun faktor yang berpengaruh terhadap variabel respon.

Dengan demikian meskipun pada pengujian *Lack of Fit* untuk respon UTS, YS dan E model sesuai, akan tetapi pada pengujian secara serentak terhadap parameter model menunjukkan model orde pertama tersebut tidak dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan fungsional antara variabel respon dengan variabel bebasnya sehingga perlu dilanjutkan pada pendugaan orde kedua.

4.2 Analisis Model Orde Kedua

Berdasarkan Lampiran B₂ pendugaan model orde kedua adalah:

$$Y_1 = 507,09 + 30,23X_1 + 4,66 X_2 + 0,06 X_3 + 5,05 X_1^2 - 2,37 X_1^3 \\ + 0,63 X_1^4 - 21,63 X_1X_2 + 1,62 X_1X_3 + 0,62 X_1X_4$$

$$Y_2 = 402,87 + 25,88X_1 + 2,05 X_2 - 0,31 X_3 + 8,45 X_1^2 + 1,02 X_1^3 \\ - 0,57 X_1^4 - 16,88 X_1X_2 + 3,62 X_1X_3 + 1,67 X_1X_4$$

$$Y_3 = 25,18 + 3,26 X_1 + 0,49 X_2 - 0,25 X_3 + 0,68 X_1^2 + 0,91 X_1^3 \\ - 0,5 X_1^4 + 2,5 X_1X_2 - 0,5 X_1X_3 - 0,25 X_1X_4$$

Dimana: Y_1 = nilai dugaan kekuatan tarik (UTS) orde kedua

Y_2 = nilai dugaan kekuatan mulur (YS) orde kedua

Y_3 = nilai dugaan perpanjangan (E) orde kedua

X_1 = Kadar CE (%)

X_2 = Temperatur ($^{\circ}\text{C}$)

X_3 = Kecepatan roll (mpa/menit)

Langkah selanjutnya adalah dilakukan pengujian terhadap kesesuaian model dan pengujian terhadap parameter model.

4.2.1 Analisis Model Orde Kedua Respon UTS

Pengujian kesesuaian model dilakukan dengan hipotesa sebagai berikut:

H_0 : tidak ada *Lack of Fit* (model sesuai)

H_1 : ada *Lack of Fit* (model tidak sesuai)

Pada Tabel 4.1 terlihat bahwa P_{value} dari *Lack of Fit* adalah 0,688 yang lebih besar dari 5% (tingkat α signifikan) sehingga dapat diambil keputusan menerima H_0 , yang berarti tidak ada *Lack of Fit* atau model sesuai. Selanjutnya dilakukan pengujian secara serentak terhadap parameter model, dengan menggunakan hipotesa:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

H_1 : minimal ada satu $\beta_j \neq 0$; $j = 1, 2, 3$

Berdasarkan P_{value} yang diperoleh pada Tabel 4.1 adalah sebesar 0,001 yang lebih kecil dari 5% (tingkat α signifikan) maka dapat diambil keputusan tolak H_0 yang berarti paling sedikit ada satu $\beta_j \neq 0$. Sehingga perlu dilakukan pengujian secara individu untuk mengetahui parameter model yang signifikan.

Tabel 4.1 Tabel ANOVA respon UTS

Sumber variasi	DB	JK	JKT	F	P
Regression	9	18938.4	1882.0	10.27	0.001
Linear	3	3108.2	1036.1	5.65	0.016
Kuadratik	3	497.4	165.8	0.90	0.473
Interaksi	3	3765.4	1255.1	6.85	0.009
Residual Error	10	1832.2	183.2		
Lack-of-Fit	5	707.4	141.5	0.63	0.688
Pure Error	5	1124.8	225.0		
Total	19				

Berdasarkan Tabel 4.2, didapatkan nilai $R^2 = 90,7\%$ yang artinya variabilitas data yang dapat diterangkan oleh model adalah 90,7%. Pada pengujian secara individu dengan hipotesis:

$$H_0: \beta_{ij} = 0$$

$$H_1: \beta_{ij} \neq 0 \quad ; i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3$$

terlihat bahwa P_{value} untuk respon UTS, variabel-variabel yang tidak signifikan pada tingkat signifikan $\alpha=5\%$ adalah $X_2, X_3, X_1 \times X_3, X_2 \times X_3$, dan variabel kuadratik. Variabel-variabel yang tidak signifikan tersebut tidak dapat dihilangkan karena semua komponen pembentuk orde kedua dalam pendugaan model orde kedua adalah sesuai.

Tabel 4.2 Pengujian parameter individu dari model respon UTS

Term	Koefisien	StDev	T	P	Keputusan
Constant	307.09	5.379	94.265	0.000	Tolak H_0
X1	30.23	3.569	8.469	0.000	Tolak H_0
X2	4.66	3.569	1.305	0.221	Terima H_0
X3	0.06	3.569	0.016	0.988	Terima H_0
X1*X1	3.05	3.474	1.454	0.177	Terima H_0
X2*X2	-2.37	3.474	-0.683	0.510	Terima H_0
X3*X3	0.63	3.474	0.182	0.859	Terima H_0
X1*X2	-21.63	4.663	-4.637	0.000	Tolak H_0
X1*X3	1.62	4.663	0.348	0.735	Terima H_0
X2*X3	0.62	4.663	0.134	0.896	Terima H_0
S = 13.18 R-Sq = 90.7% R-Sq(adj) = 82.4%					

4.2.2 Analisis Model Orde Kedua Respon YS

Pengujian kesesuaian model dilakukan dengan hipotesa sebagai berikut:

H_0 : tidak ada *Lack of Fit* (model sesuai)

H_1 : ada *Lack of Fit* (model tidak sesuai)

Pada Tabel 4.3 terlihat bahwa P_{value} dari *Lack of Fit* adalah 0,893 yang lebih besar dari 5% (tingkat α signifikan) sehingga dapat diambil keputusan menerima H_0 yang berarti tidak ada *Lack of Fit* atau model sesuai.

Pengujian secara serentak terhadap parameter model dilakukan dengan menggunakan hipotesa

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_i \neq 0 \quad ; j = 1, 2, 3$$

P_{value} yang diperoleh pada Tabel 4.3 adalah sebesar 0,001 yang lebih kecil dari 5% (tingkat α signifikan) maka dapat diambil keputusan tolak H_0 yang berarti paling sedikit ada satu $\beta_i \neq 0$.

Tabel 4.3 Tabel ANOVA respon YS

Sumber Variasi	DB	JK	JKT	F	P
Regression	9	12641.9	1404.66	9.50	0.001
Linear	3	1433.0	477.66	3.23	0.069
Kuadratik	3	1078.9	359.64	2.43	0.126
Interaksi	3	2411.4	803.79	5.43	0.018
Residual Error	10	1479.0	147.90		
Lack-of-Fit	5	343.0	68.60	0.30	0.893
Pure Error	5	1136.0	327.20		
Total	19				

Berdasarkan Tabel 4.4, didapatkan nilai $R^2 = 89,8\%$ yang artinya variabilitas data yang dapat diterangkan oleh model adalah 89,8%. Pada pengujian secara individu dengan hipotesis:

$$H_0: \beta_i = 0$$

$$H_1: \beta_{ij} \neq 0 \quad ; i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3$$

terlihat bahwa P_{value} untuk respon YS, variabel-variabel yang tidak signifikan pada tingkat signifikan $\alpha=5\%$ adalah $X_2, X_3, X_2^2, X_3^2, X_1 * X_2$ dan $X_2 * X_3$. Variabel-variabel yang tidak signifikan tersebut tidak dapat dihilangkan karena semua komponen pembentuk orde kedua dalam pendugaan model orde kedua adalah sesuai.

Tabel 4.4 Pengujian parameter individu dari model respon YS

Term	Koefisien	StDev	T	P	Keputusan
Constant	412.67	4.898	82.252	0.000	Tolak H_0
X1	23.88	3.250	7.965	0.000	Tolak H_0
X2	2.95	3.250	0.630	0.543	Terima H_0
X3	-0.31	3.250	-0.096	0.925	Terima H_0
X1*X1	8.45	3.163	2.670	0.023	Tolak H_0
X2*X2	1.02	3.163	0.323	0.753	Terima H_0
X3*X3	-0.57	3.163	-0.179	0.861	Terima H_0
X1*X2	-10.88	4.246	-3.974	0.003	Tolak H_0
X1*X3	3.62	4.246	0.854	0.413	Terima H_0
X2*X3	1.87	4.246	0.442	0.668	Terima H_0
R = 12.01 R-Sq = 89.6% R-Sq(adjusted) = 80.6%					

4.2.3 Analisis Model Orde Kedua Respon E

Pengujian kesesuaian model orde kedua respon E dilakukan dengan hipotesa:

H_0 : ada *Lack of Fit* (model tidak sesuai)

Pada Tabel 4.5 terlihat bahwa P_{value} dari *Lack of Fit* adalah 0,854 yang lebih besar dari 5% (tingkat α signifikan) sehingga dapat diambil keputusan menerima H_0 , yang berarti tidak ada *Lack of Fit* atau model sesuai.

Tabel 4.5 Tabel ANOVA respon E

Sumber Variasi	DB	JK	JKT	F	P
Regression on	9	226.294	25.144	9.78	0.001
Linear	3	52.233	17.411	6.77	0.009
Kuadratik	3	24.755	8.252	3.21	0.070
Interaksi	3	52.500	17.500	6.81	0.009
Residual Error	10	25.706	2.571		
Lack-of-Fit	5	6.873	1.375	0.36	0.854
Pure Error	5	18.833	3.767		
Total	19				

Selanjutnya dilakukan pengujian secara serentak terhadap parameter model, dengan menggunakan hipotesa:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

H_1 : minimal ada satu $\beta_j \neq 0$; $j = 1, 2, 3$

P_{value} yang diperoleh pada Tabel 4.5 adalah sebesar 0,001 yang lebih kecil dari 5% (tingkat α signifikan) maka dapat diambil keputusan tolak H_0 yang berarti paling

sedikit ada satu $\beta_j \neq 0$. Berdasarkan Tabel 4.6, didapatkan nilai $R^2 = 89,8\%$ yang artinya variabilitas data yang dapat diterangkan oleh model adalah 89,8%. Pada pengujian secara individu dengan hipotesis:

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0 \quad ; i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3$$

terlihat bahwa P_{value} untuk respon E variabel-variabel yang tidak signifikan pada tingkat signifikan $\alpha=5\%$ adalah $X_2, X_3, X_1 * X_2, X_2 * X_3$, dan variabel kuadrat. Variabel-variabel yang tidak signifikan tersebut tidak dapat dihilangkan karena semua komponen pembentuk orde kedua dalam pendugaan model orde kedua adalah sesuai.

Tabel 4.6 Pengujian parameter individu dari model respon E

Term	Koefisien	StDev	T	P	Keputusan
Constant	21.180	0.6544	38.476	0.000	Tolak H_0
X1	-3.258	0.4342	-7.505	0.000	Tolak H_0
X2	0.493	0.4342	1.135	0.283	Terima H_0
X3	-0.246	0.4342	-0.567	0.583	Terima H_0
X1*X1	-0.677	0.4226	-1.602	0.140	Terima H_0
X2*X2	0.914	0.4226	2.162	0.056	Terima H_0
X3*X3	-0.300	0.4226	-1.194	0.264	Terima H_0
X1*X2	2.300	0.5673	4.037	0.001	Tolak H_0
X1*X3	-0.500	0.5673	-0.881	0.399	Terima H_0
X2*X3	-0.250	0.5673	-0.441	0.669	Terima H_0
S = 1.603 R-Sq = 89.8% R-Sq(adj) = 80.6%					

4.3 Pengujian Asumsi Residual

Model yang diduga benar jika residualnya memenuhi asumsi independen, identik dan berdistribusi normal. Untuk itu perlu dilakukan pengujian terhadap residual.

4.3.1 Uji Identik

Pemeriksaan asumsi identik dilakukan dengan memeriksa plot e_i dan \hat{y}_i . Pada Lampiran C₁, Lampiran C₂ dan Lampiran C₃ terlihat bahwa plot e_i dan \hat{y}_i relatif menyebar secara acak disekitar garis nol dan tidak membentuk pola tertentu. Maka dapat disimpulkan residual respon UTS, YS dan E memenuhi

dilakukan dengan menggunakan uji *Glejser*, terlihat pada Lampiran C₁, Lampiran C₂ dan Lampiran C₃ tidak terdapat parameter regresi yang signifikan antara residual dengan masing-masing variabel prediktornya, sehingga dapat disimpulkan berarti varian dari residual konstan.

4.3.2 Uji Independen

Asumsi independen dipenuhi jika nilai *Auto Correlation Function* (ACF) berada dalam interval $\{-2\sqrt{n}, +2\sqrt{n}\}$. Pada Lampiran D₁ terlihat nilai ACF berada pada range $\pm 2\sqrt{n}$, yang berarti residual respon UTS memenuhi asumsi independen. Sedangkan pada Lampiran D₂ terlihat nilai ACF juga berada pada range $\pm 2\sqrt{n}$, demikian pula pada Lampiran D₃, hal ini yang berarti residual YS dan E memenuhi asumsi independen.

4.3.3 Uji Distribusi Normal

Jika titik-titik pada QQ plot mendekati garis lurus dari kiri bawah ke kanan atas, berarti residual tersebut mengikuti distribusi normal. Dari Lampiran D₁, Lampiran D₂ dan Lampiran D₃ terlihat QQ plot mendekati garis lurus sehingga dapat disimpulkan residual dari respon UTS, YS dan E berdistribusi normal. Pengujian distribusi normal juga dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Pada Lampiran D₁ didapatkan nilai $D_{hitung}=0,123$ sedangkan pada Lampiran D₂ didapatkan nilai $D_{hitung}=0,111$ dan Lampiran D₃ didapatkan nilai $D_{hitung}=0,115$. Dengan menggunakan Tabel Kolmogorov-Smirnov didapatkan kuartil(1- α) atau

$D_{(0,95;120)} = 0,294$. Karena $D_{hitung} < D_{tabel}$, maka tolak H_0 atau dapat disimpulkan bahwa residual respon UTS, YS dan E mengikuti berdistribusi normal.

4.4 Pengujian Distribusi Multivariat Normal

Pengujian multivariat normal data dilakukan dengan menghitung nilai kuadrat jarak pada setiap pengamatan. Dengan menggunakan hipotesis:

H_0 : data berdistribusi multivariat normal

H_1 : data tidak berdistribusi multivariat normal

Berdasarkan perhitungan pada Lampiran E, didapatkan daerah dibawah *Chi-Square* adalah 70% yang lebih besar dari nilai probabilitas 50%, sehingga dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi multivariat normal (terima H_0).

4.5 Menentukan Titik Stasioner

4.5.1 Titik Stasioner Respon UTS

Dari model orde kedua respon UTS didapatkan:

$$b = \begin{bmatrix} 30,22642 \\ 4,659163 \\ 0,0566691 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5,0511 & -10,8125 & 0,8125 \\ -10,8125 & -2,3717 & 0,3125 \\ 0,8125 & 0,3125 & 0,63 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.8) akan diperoleh titik stasioner, yakni:

$$x_0 = \begin{bmatrix} -0,089191 \\ 1,312614 \\ -0,57841 \end{bmatrix}$$

4.5.2 Titik Stasioner Respon YS

Dari model orde kedua respon YS didapatkan:

$$b = \begin{bmatrix} 25,88311 \\ 2,046675 \\ -0,312778 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8,445943 & -8,4375 & 1,8125 \\ -8,4375 & 1,023151 & 0,9375 \\ 1,8125 & 0,9375 & -0,567448 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.8) akan diperoleh titik stasioner, yakni:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} -5,17585 \\ -11,2507 \\ -35,3956 \end{bmatrix}$$

4.5.3 Titik Stasioner Respon E

Dari model orde kedua respon E didapatkan:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3,25825 \\ 0,492596 \\ -0,246298 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0,677002 & 1,25 & -0,25 \\ 1,25 & 0,913596 & -0,125 \\ -0,25 & -0,125 & -0,500269 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.8) akan diperoleh titik stasioner, yakni:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} -0,822012 \\ 0,848613 \\ -0,047419 \end{bmatrix}$$

4.6 Analisis Karakteristik Respon

Untuk menentukan karakteristik permukaan respon di daerah optimum agar dapat ditentukan jenis titik stasionernya apakah berada di titik maksimum, titik minimum atau di titik pelana digunakan analisis kanonik.

4.6.1 Kekuatan Tarik (UTS)

Dari titik stasioner diperoleh $\hat{Y}_1 = 508,7816$ dan dari matrik \mathbf{B} dihitung nilai eigen value yaitu:

$$\lambda_1 = -12,79036 \quad \lambda_2 = 0,662797 \quad \lambda_3 = -10,1411$$

Maka bentuk persamaan kanonik yang diperoleh adalah:

$$\hat{y} = 508,7816 + 12,79036w_1^2 + 0,662797w_2^2 - 10,1411w_3^2$$

Karena nilai λ_1 berbeda tanda maka \mathbf{x}_0 adalah titik pelana.

Hubungan antara w_i dengan variabel X_i seperti pada persamaan 2.11 adalah:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2100 & -0,1476 & 0,9653 \\ 0,0075 & 0,0333 & 1,0004 \\ 0,5021 & 0,8585 & -0,1246 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 + 0,089191 \\ x_2 - 1,312614 \\ x_3 + 0,578541 \end{bmatrix}$$

dan diperoleh:

$$w_1 = 0,21 X_1 - 0,1476 X_2 + 0,9653 X_3 + 0,7709$$

$$w_2 = 0,0075 X_1 + 0,0333 X_2 + 1,0004 X_3 + 0,5357$$

$$w_3 = 0,5021 X_1 + 0,8585 X_2 - 0,1246 X_3 - 1,1542$$

Dari ketiga nilai mutlak λ_i dapat dilihat bahwa $\lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai respon yang paling sensitif mengalami perubahan adalah w_1 , sedangkan w_3 untuk berubah bentuk lebih kecil dari w_1 . w_2 mempunyai sensitifitas untuk berubah bentuk lebih kecil dari w_3 .

4.6.2 Kekuatan Mulur (YS)

Dari titik stasioner diperoleh $\hat{Y}_2 = 329,9095$ dan dari matrik **B** dihitung nilai eigen value yaitu:

$$\lambda_1 = 14,02236 \quad \lambda_2 = 0,054635 \quad \lambda_3 = -5,17535$$

Maka bentuk persamaan kanonik yang diperoleh adalah:

$$\hat{y} = 329,9095 + 14,02236 w_1^2 + 0,054635 w_2^2 - 5,17535 w_3^2$$

Karena nilai λ_1 berbeda tanda maka \mathbf{x}_0 adalah titik pelana, maka perlu dilakukan

Ridge Analysis. Hubungan antara w_i dengan variabel X_i adalah:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2871 & 0,9386 & 0,9115 \\ 0,0794 & 0,1740 & 0,9815 \\ 0,4212 & 0,6754 & -0,6053 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 + 5,17585 \\ x_2 + 11,2507 \\ x_3 + 35,3956 \end{bmatrix}$$

dan diperoleh:

$$w_1 = 0,2871 X_1 + 0,9386 X_2 + 0,91156 X_3 + 44,309$$

$$w_2 = 0,0794 X_1 + 0,174 X_2 + 0,9815 X_3 + 37,1094$$

$$w_3 = 0,4212 X_1 + 0,6754 X_2 - 0,6053 X_3 - 11,6462$$

Dari ketiga nilai mutlak λ_i dapat dilihat bahwa $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai respon yang paling sensitif mengalami perubahan adalah w_1 , sedangkan w_3 untuk berubah bentuk lebih kecil dari w_1 . w_2 mempunyai sensitifitas untuk berubah bentuk lebih kecil dari w_3 .

4.6.3 Perpanjangan (E)

Dari titik stasioner diperoleh $\hat{Y}_3 = 26,73408$ dan dari matrik **B** dihitung nilai eigen value yaitu:

$$\lambda_1 = 1,624818 \quad \lambda_2 = -0,496322 \quad \lambda_3 = -1,39217$$

Maka bentuk persamaan kanonik yang diperoleh adalah:

$$\hat{y} = 26,73408 + 14,624818 w_1^2 - 0,496322 w_2^2 - 1,39217 w_3^2$$

Karena nilai λ_i berbeda tanda maka \mathbf{x}_0 adalah titik pelana.

Hubungan antara w_i dengan variabel X_i seperti pada persamaan 2.11 adalah:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4632 & 0,8610 & -0,2103 \\ 0,0010 & -0,0166 & 0,9587 \\ 0,4375 & -0,8992 & -0,0068 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 + 0,822012 \\ x_2 - 0,848613 \\ x_3 + 0,047419 \end{bmatrix}$$

dan diperoleh:

$$w_1 = 0,4632 X_1 + 0,861 X_2 - 0,2103 X_3 - 0,3599$$

$$w_2 = 0,001 X_1 - 0,0166 X_2 + 0,9587 X_3 + 0,0604$$

$$w_3 = 0,4375 X_1 - 0,8992 X_2 - 0,0068 X_3 + 1,1224$$

Dari ketiga nilai mutlak λ_1 dapat dilihat bahwa $\lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2$. Hal ini menunjukkan bahwa nilai respon yang paling sensitif mengalami perubahan adalah w_1 , sedangkan w_3 untuk berubah bentuk lebih kecil dari w_1 . w_2 mempunyai sensitifitas untuk berubah bentuk lebih kecil dari w_3 .

4.7 Analisis Ridge (*Ridge Analysis*)

Berdasarkan analisis karakteristik permukaan respon, diperoleh titik pelana untuk seluruh variabel responnya maka digunakan analisis Ridge. Dalam analisis Ridge fungsi estimasi respon dapat dijadikan analisis tambahan yang bermanfaat untuk membantu menentukan kondisi terbaik.

Kekuatan Tarik (UTS)

Dari Lampiran F didapatkan titik stasioner baru, yaitu:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1,586488 \\ -0,684127 \\ 0,0592123 \end{bmatrix}$$

Dengan jarak $R = \sqrt{(1,586488)^2 + (-0,684127)^2 + (0,0592123)^2} = 1,728722$.

Karena $\mathbf{x}^T = [1,586488 \quad -0,684127 \quad 0,0592123]$ berada dalam radius R , maka disubsitusikan \mathbf{x}^T baru tersebut dalam fungsi respon dan didapatkan

$$\hat{Y} = 587,0616.$$

Kekuatan Mulur (YS)

Dari Lampiran F didapatkan titik stasioner baru, yaitu:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1,598135 \\ -0,64862 \\ 0,103238 \end{bmatrix}$$

Dengan jarak $R = \sqrt{(1,598135)^2 + (-0,64862)^2 + (0,103238)^2} = 1,727832$

Karena $\mathbf{x}^T = [1, 598135 \quad -0,64864 \quad 0,103238]$ berada dalam radius R , maka disubsitusikan \mathbf{x}^T baru tersebut dalam fungsi respon dan didapatkan $\hat{Y} = 482,8364$.

Perpanjangan (E)

Dari Lampiran F didapatkan titik stasioner baru, yaitu:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1,20976 \\ -1,22366 \\ 0,134941 \end{bmatrix}$$

Dengan jarak $R = \sqrt{(1,20976)^2 + (-1,22366)^2 + (0,134941)^2} = 1,725993$

Karena $\mathbf{x}^T = [-1,20976 \quad -1,22366 \quad 0,134941]$ berada dalam radius R , maka disubsitusikan \mathbf{x}^T baru tersebut dalam fungsi respon dan didapatkan $\hat{Y} = 32,6775$.

4.8 Optimasi dengan Metode *Generalized Distance*

Salah satu karakter dasar dari fungsi pendekatan *Generalized Distance* adalah ingin mengevaluasi ketidaksesuaian yang dapat mengarah pada hasil yang tidak akurat. Lebih jauh lagi pendekatan ini tidak termasuk dalam heterogenitas varians variabel respon, sehingga antar variabel respon harus ada hubungan atau dapat dikatakan antar variabel respon saling dependen. Dari Lampiran E terlihat korelasi antar variabel respon tinggi, yakni:

- korelasi antara UTS dan YS adalah 0,970
- korelasi antara UTS dan E adalah -0,904
- korelasi antara YS dan E adalah -0,903

Karena antar variabel respon saling dependen maka penentuan optimasi dapat dilakukan dengan metode *Generalized Distance*. Lampiran F adalah hasil pengolahan dengan menggunakan aplikasi program MR.TAR.Z dimana program tersebut merupakan aplikasi dari metode *Generalized Distance*.

Berdasarkan Lampiran F didapatkan:

1. Perkiraan optimasi respon secara individu

Kekuatan Tarik (UTS) $\rightarrow Y_1$

Titik optimum $Y_1 = 587,0616$ dan titik stasionernya adalah:

$$x_s = \begin{bmatrix} 1,586488 \\ -0,684127 \\ 0,0592123 \end{bmatrix}$$

Atau pada kadar CE 0,3593% dan temperatur $757,8968^{\circ}\text{C}$ serta pada kecepatan roll 5,0592 mpa/menit, akan menghasilkan kekuatan tarik optimum $587,0616 \text{ N/mm}^2$.

Kekuatan Mulur (YS) $\rightarrow Y_2$

Titik optimum $Y_2 = 482,8364$ dan titik stasionernya adalah:

$$x_s = \begin{bmatrix} 1,598135 \\ -0,64862 \\ 0,103238 \end{bmatrix}$$

Atau pada kadar CE 0,3599% dan temperatur $758,7845^{\circ}\text{C}$ serta pada kecepatan roll 5,1032 mpa/menit, akan menghasilkan kekuatan mulur optimum optimum $482,8364 \text{ N/mm}^2$.

Perpanjangan (E) $\rightarrow Y_3$

Titik optimum $Y_3 = 32,67751$ dan titik stasionernya adalah:

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} -1,20976 \\ -1,22366 \\ 0,134941 \end{bmatrix}$$

Atau pada kadar CE 0,2195%, temperatur 744,4085°C dan kecepatan roll 5,1349 mpa/menit, akan menghasilkan perpanjangan optimum 32,67751 mm.

2. Perkiraan optimasi respon secara bersama-sama

Titik optimum multirespon adalah $\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 508,4481 \\ 412,5539 \\ 28,35244 \end{bmatrix}$

Dengan titik stasionernya adalah: $\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} 0,724767 \\ 1,572772 \\ -0,005111 \end{bmatrix}$

Atau pada kadar CE 0,3162% dan temperatur 814,3193°C serta pada kecepatan roll 4,9949 mpa/menit, akan menghasilkan kekuatan tarik optimum 508,4481 N/mm², kekuatan mulur optimum 412,5539 N/mm² dan perpanjangan optimum 28,35244 mm.

Nilai optimasi respon secara individu dan secara bersama-sama berbeda, hal ini dikarenakan dalam optimasi respon bersama yang digunakan adalah titik kompromi dari respon maksimum individu. Sehingga terjadi subsidi silang antar variabel respon yang mengakibatkan nilai optimasi respon secara bersama-sama lebih kecil dari nilai optimasi respon secara individu.



BAB V

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan, maka dapat disimpulkan:

1. Model yang menyatakan hubungan antara variabel respon kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan dengan variabel bebasnya (prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll) adalah:

$$Y_1 = 507,09 + 30,23X_1 + 4,66X_2 + 0,06X_3 + 5,05X_1^2 - 2,37X_1X_2 + 0,63X_2^2 - 21,63X_1X_3 + 1,62X_1X_3 + 0,62X_3^2$$

$$Y_2 = 402,87 + 25,88X_1 + 2,05X_2 + 0,31X_3 + 8,45X_1^2 + 1,02X_1^2 - 0,57X_1^2 - 16,88X_1X_2 - 3,62X_1X_3 + 1,87X_1X_3$$

$$Y_3 = 25,15 - 3,26X_1 + 0,49X_2 - 0,25X_3 - 0,68X_1^2 + 0,91X_1^2 - 0,5X_1^2 + 2,5X_1X_2 - 0,5X_1X_3 - 0,25X_1X_3$$

Dimana: Y_1 = nilai dugaan kekuatan tarik (UTS) orde kedua

Y_2 = nilai dugaan kekuatan mulur (YS) orde kedua

Y_3 = nilai dugaan perpanjangan (E) orde kedua

X_1 = Kadar CE (%)

X_2 = Temperatur ($^{\circ}\text{C}$)

X_3 = Kecepatan roll (mpa/menit)

2. Komposisi prosentase kadar CE, temperatur dan kecepatan roll untuk menghasilkan kekuatan tarik, kekuatan mulur dan perpanjangan yang

optimum adalah pada kadar CE 0,32%, temperatur 814°C dan kecepatan roll 5 mpa/menit, akan menghasilkan kekuatan tarik optimum 508,4481 N/mm², kekuatan mulur optimum 412,5539 N/mm² dan perpanjangan optimum 28,35244 mm.

5.2 Saran

Dari hasil penelitian terdahulu pada kadar CE 0,33% dan temperatur 800°C didapatkan kekuatan tarik 491 N/mm². Sedangkan pada penelitian dengan menggunakan metode *Multirespon Surface*, pada kadar CE 0,32%, temperatur 814°C dan kecepatan roll 5 mpa/menit akan menghasilkan kekuatan tarik optimum 508,4481 N/mm². Berarti hasil dari penelitian dengan menggunakan metode *Multirespon Surface* lebih menguntungkan perusahaan, karena dengan kadar CE yang lebih rendah menghasilkan kekuatan tarik yang lebih tinggi dibandingkan dengan penelitian terdahulu.

DAFTAR PUSTAKA

1. Myers, R.H. (1976). *Respon Surface Methodology*, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia.
2. Montgomery, Douglas C. (1981). *Design and Analysis of Experiment*, John Wiley and Sons, New York.
3. Draper, N.R. and Smith, H. (1981). *Applied Regression Analysis*, Second Edition, John Wiley and Sons.
4. J. Supranto (1984). *Ekonometrika*, Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi, Universitas Indonesia.
5. Huntchison, Robert C. and Just, Steven B. (1988). *Programming Using The C Language*, McGraw Hill.
6. Andre, I. Khuri and John, A. Cornell (1996). *Respon Surface Design and Analysis*, Gainesville, Florida.
7. Odyk (2000). *Evaluasi Perencanaan Eksperimen Pada Proses Pengerollan Produk Plat Baja di PT. Gimaawan Dianjaya Steel*, Jurusan Teknik Industri UPB Surabaya.
8. Lukman Hakim (2000). *Pengaruh Kecepatan Roll Table Terhadap Sifat Mekanis Plat Baja*, Jurusan D3 Teknik Mesin ITS Surabaya.



LAMPIRAN

Rancangan Percobaan Orde Kedua

No	X1	X2	X3	Y1	Y2	Y3
1	+1	+1	+1	526	430	23
2	+1	+1	-1	523	418	25
3	+1	+1	+1	550	448	19
4	+1	+1	-1	552	451	19
5	+1	+1	+1	512	406	26
6	+1	+1	-1	518	416	25
7	+1	+1	+1	452	364	31
8	+1	+1	-1	458	374	30
9	0	0	0	522	410	24
10	0	0	0	508	395	28
11	0	0	0	515	422	23
12	0	0	0	520	416	24
13	0	0	0	492	390	27
14	0	0	0	486	385	25
15	-1,682	0	0	460	375	29
16	+1,682	0	0	580	474	18
17	0	-1,682	0	500	405	26
18	0	+1,682	0	498	402	30
19	0	0	-1,682	504	397	25
20	0	0	+1,682	511	401	23

Keterangan:

UTS = Kekuatan Tarik (*Ultimate Tensile Strength*)

YS = Kekuatan Mulur (*Yield Strength*)

E = Perpanjangan (*Elongation*)

LAMPIRAN A

Rancangan Percobaan Orde Pertama

No	X1	X2	X3	Y1	Y2	Y3
1	+1	+1	+1	526	430	23
2	+1	+1	-1	523	418	25
3	+1	-1	+1	530	448	19
4	-1	-1	-1	552	451	19
5	-1	+1	+1	512	406	26
6	-1	+1	-1	518	416	25
7	-1	-1	+1	452	364	31
8	-1	-1	-1	458	374	30
9	0	0	0	522	410	24
10	0	0	0	508	395	28
11	0	0	0	515	422	23

Keterangan:

UTS = Kekuatan Tarik (*Ultimate Tensile Strength*)

YS = Kekuatan Mulur (*Yield Strength*)

E = Perpanjangan (*Elongation*)

No	No. Percobaan	% Kadar DE	Temperatur	Kecepatan	UTS	YS	R
1	8	0,33%	800	6	526	430	23
2	4	0,33%	800	4	523	419	25
3	7	0,33%	750	6	550	448	19
4	9	0,33%	750	4	552	451	19
5	5	0,23%	800	6	512	406	26
6	3	0,23%	800	4	518	416	25
7	10	0,23%	750	6	452	364	31
8	2	0,23%	750	4	458	374	30
9	1	0,28%	775	5	522	410	24
10	11	0,28%	775	5	508	395	28
11	6	0,28%	775	5	515	422	23
12	19	0,28%	775	5	520	416	24
13	20	0,28%	775	5	492	390	27
14	14	0,28%	775	5	486	385	25
15	12	0,20%	775	5	460	375	29
16	18	0,36%	775	5	580	474	18
17	16	0,28%	733	5	500	405	26
18	13	0,28%	817	5	498	402	30
19	15	0,28%	775	3,3	504	397	25
20	17	0,28%	775	6,7	511	401	23

Keterangan: UTS=Ultimate Tensile Strength YS=Yield Strength L=Elongation

LAMPIRAN B₁

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 1.MTW
Worksheet was saved on: 5/13/2001

Response Surface Regression

Estimated Regression Coefficients for Y1

Term	Coef	StDev	T	P
Constant	512.364	7.112	72.038	0.000
X1	26.373	8.340	3.162	0.016
X2	8.376	8.340	1.004	0.349
X3	-1.373	8.340	-0.165	0.874
S = 23.59 R-Sq = 61.2% R-Sq(adj) = 44.6%				

Analysis of Variance for Y1

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	3	6141.4	6141.37	2047.12	3.68	0.071
Linear	3	6141.4	6141.37	2047.12	3.68	0.071
Residual Error	7	3895.2	3895.17	556.45		
Lack-of-Fit	5	3797.2	3797.17	759.43	15.50	0.062
Pure Error	2	98.0	98.00	49.00		
Total	10	10036.5				

Response Surface Regression

Estimated Regression Coefficients for Y2

Term	Coef	StDev	T	P
Constant	412.182	6.081	67.783	0.000
X1	23.375	7.130	3.278	0.014
X2	4.125	7.130	0.579	0.581
X3	-1.375	7.130	-0.193	0.853
S = 20.17 R-Sq = 61.4% R-Sq(adj) = 44.8%				

Analysis of Variance for Y2

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	3	4522.4	4522.4	1507.5	3.71	0.070
Linear	3	4522.4	4522.4	1507.5	3.71	0.070
Residual Error	7	2847.3	2847.3	406.8		
Lack-of-Fit	5	2481.3	2481.3	496.3	2.71	0.291
Pure Error	2	366.0	366.0	183.0		
Total	10	7369.6				

Response Surface Regression

Estimated Regression Coefficients for Y3

Term	Coef	StDev	T	P
Constant	24.818	0.9338	26.579	0.000
X1	-3.250	1.0949	-2.968	0.021
X2	0.000	1.0949	0.000	1.000
X3	-0.000	1.0949	-0.000	1.000
S = 3.097 R-Sq = 55.7% R-Sq(adj) = 36.8%				

Analysis of Variance for Y3

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	3	84.50	84.50	28.167	2.94	0.109
Linear	3	84.50	84.50	28.167	2.94	0.109
Residual Error	7	67.14	67.14	9.591		
Lack-of-Fit	5	53.14	53.14	10.627	1.52	0.443
Pure Error	2	14.00	14.00	7.000		
Total	10	151.64				

LAMPIRAN B₂

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.mtw
Worksheet was saved on 5/13/2001

Response Surface Regression

Estimated Regression Coefficients for Y1

Term	Coeff	StDev	T	P
Constant	507.09	5.379	94.265	0.000
X1	30.23	3.569	8.469	0.000
X2	4.66	3.569	1.305	0.221
X3	0.06	3.569	0.016	0.988
X1*X1	5.05	3.474	1.454	0.177
X2*X2	-2.37	3.474	-0.683	0.510
X3*X3	0.63	3.474	0.182	0.859
X1*X2	-21.63	4.663	-4.637	0.000
X1*X3	1.62	4.663	0.348	0.735
X2*X3	0.62	4.663	0.134	0.896

S = 13.19 R-Sq = 90.7% R-Sq(adj) = 82.4%

Analysis of Variance for Y1

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	9	17030.9	17030.9	1892.3	10.88	0.000
Linear	3	12775.2	12775.2	4258.4	24.48	0.000
Square	3	490.3	490.3	163.4	0.94	0.458
Interaction	3	3765.4	3765.4	1255.1	7.21	0.007
Residual Error	10	1739.7	1739.7	174.0		
Lack-of-Fit	5	614.8	614.8	123.0	0.55	0.738
Pure Error	5	1124.8	1124.8	225.0		
Total	19	19770.5				

Response Surface Regression

Estimated Regression Coefficients for Y2

Term	Coeff	StDev	T	P
Constant	402.87	4.898	82.252	0.000
X1	25.88	3.250	7.965	0.000
X2	3.05	3.250	0.630	0.543
X3	-0.31	3.250	-0.096	0.925
X1*X1	8.45	3.163	2.670	0.023
X2*X2	1.02	3.163	0.323	0.753
X3*X3	-0.57	3.163	-0.179	0.861
X1*X2	-16.88	4.246	-3.974	0.003
X1*X3	3.62	4.246	0.854	0.413
X2*X3	1.87	4.246	0.442	0.668

S = 12.01 R-Sq = 89.8% R-Sq(adj) = 80.6%

Analysis of Variance for Y2

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	9	12678.7	12678.7	1408.75	9.77	0.001
Linear	3	9208.7	9208.7	3069.57	21.28	0.000
Square	3	1058.6	1058.6	352.88	2.45	0.124
Interaction	3	2411.4	2411.4	803.79	5.57	0.016
Residual Error	10	1442.2	1442.2	144.22		
Lack-of-Fit	5	306.2	306.2	61.25	0.27	0.912
Pure Error	5	1136.0	1136.0	227.20		
Total	19	14121.0				

Response Surface Regression

Estimated Regression Coefficients for Y3

Term	Coeff	StDev	T	P
Constant	25.180	0.6544	38.476	0.000
X1	-3.258	0.4342	-7.505	0.000
X2	0.483	0.4342	1.135	0.263
X3	-0.246	0.4342	-0.567	0.583
X1*X1	-0.677	0.4226	-1.602	0.140
X2*X2	0.914	0.4226	2.162	0.056
X3*X3	-0.500	0.4226	-1.184	0.264
X1*X2	2.500	0.5673	4.407	0.001
X1*X3	-0.500	0.5673	-0.881	0.399
X2*X3	-0.250	0.5673	-0.441	0.669

S = 1.605

R-Sq = 89.8%

R-Sq(adj) = 80.6%

Analysis of Variance for Y3

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	9	226.253	226.253	25.139	9.76	0.001
Linear	3	149.141	149.141	49.714	19.31	0.000
Square	3	24.612	24.612	8.204	3.19	0.072
Interaction	3	52.500	52.500	17.500	6.80	0.009
Residual Error	10	25.747	25.747	2.575		
Lack-of-Fit	5	6.913	6.913	1.383	0.37	0.852
Pure Error	5	18.833	18.833	3.767		
Total	19	252.000				

LAMPIRAN C₁

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.mtw
Worksheet was saved on 5/13/2001

Regression Analysis

The regression equation is

$$\text{Abso_ei} = 7.49 - 0.66 \text{ X1} + 0.59 \text{ X2} - 0.58 \text{ X3}$$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	7.490	1.372	5.46	0.000
X1	-0.663	1.660	-0.40	0.694
X2	0.583	1.660	0.35	0.729
X3	-0.576	1.660	-0.35	0.733

S = 6.137 R-Sq = 2.5% R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

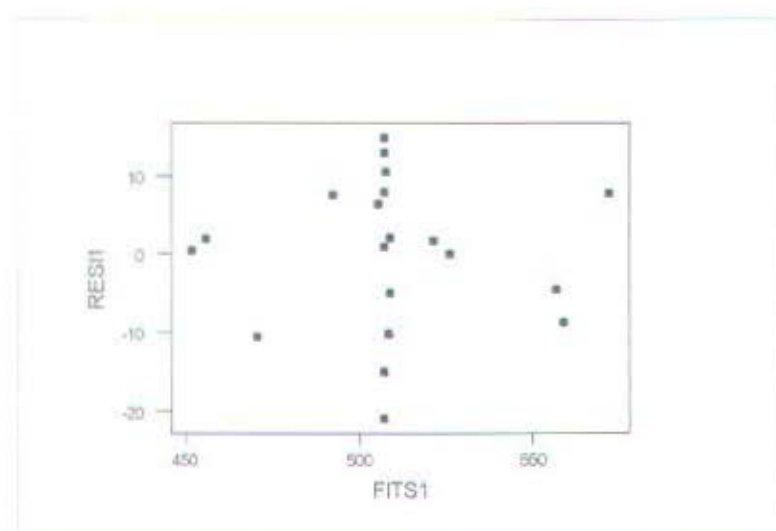
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	15.24	5.08	0.13	0.938
Error	16	602.52	37.66		
Total	19	617.76			

Source	DF	Seq SS
X1	1	6.03
X2	1	4.68
X3	1	4.53

Unusual Observations

Obs	X1	ei	Fit	StDev Fit	Residual	St Resid
14	0.00	21.09	7.49	1.37	13.60	2.27R

R denotes an observation with a large standardized residual



LAMPIRAN C₂

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.mtw
Worksheet was saved on 5/13/2001

Regression Analysis

The regression equation is

$$\text{absce2} = 6.48 + 1.13 \text{ X1} + 0.90 \text{ X2} - 0.32 \text{ X3}$$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	6.481	1.336	4.85	0.000
X1	-1.153	1.617	-0.71	0.486
X2	0.901	1.617	0.56	0.585
X3	-0.320	1.617	-0.20	0.846

S = 5.976

R-Sq = 5.1%

R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

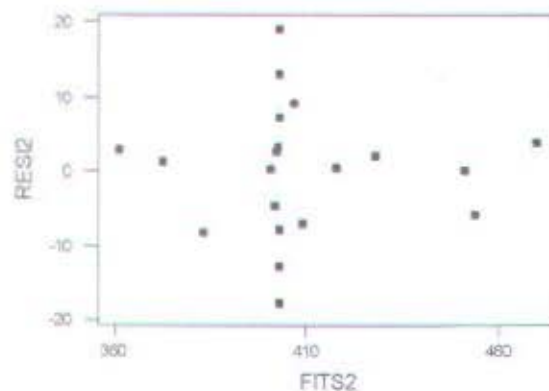
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	30.66	10.22	0.29	0.835
Error	16	571.49	35.72		
Total	19	602.15			

Source	DF	Seq SS
X1	1	18.16
X2	1	11.10
X3	1	1.40

Unusual Observations

Obs	X1	absce2	Fit	StDev Fit	Residual	St Resid
11	0.00	19.13	6.48	1.34	12.65	2.17R

R denotes an observation with a large standardized residual



LAMPIRAN C₃

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.mtw
Worksheet was saved on 5/13/2001

Regression Analysis

The regression equation is

$$\text{abso_e3} = 0.880 + 0.019 \text{ X1} + 0.132 \text{ X2} - 0.082 \text{ X3}$$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	0.8805	0.1760	5.00	0.000
X1	0.0189	0.2129	0.09	0.931
X2	0.1317	0.2129	0.62	0.545
X3	-0.0816	0.2129	-0.38	0.706

S = 0.7870

R-Sq = 3.2%

R-Sq(adj) = 0.0%

Analysis of Variance

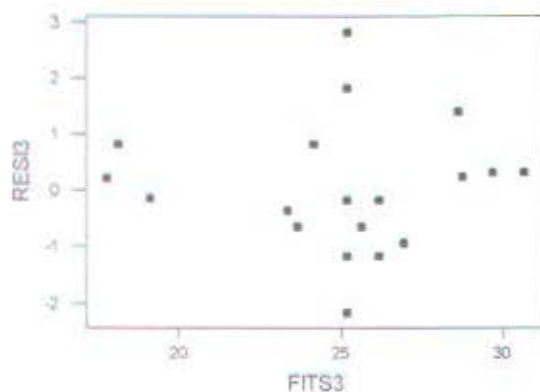
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	0.3328	0.1109	0.18	0.909
Error	16	9.9091	0.6193		
Total	19	10.2419			

Source	DF	Seq SS
X1	1	0.0049
X2	1	0.2369
X3	1	0.0910

Unusual Observations

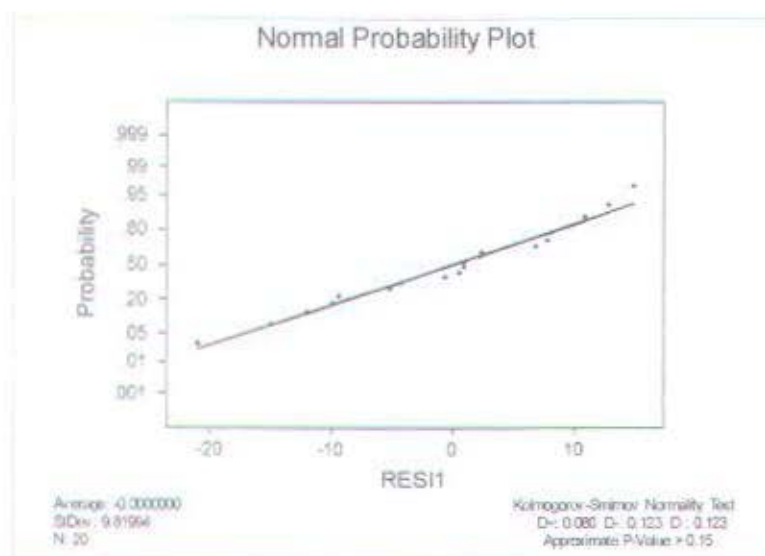
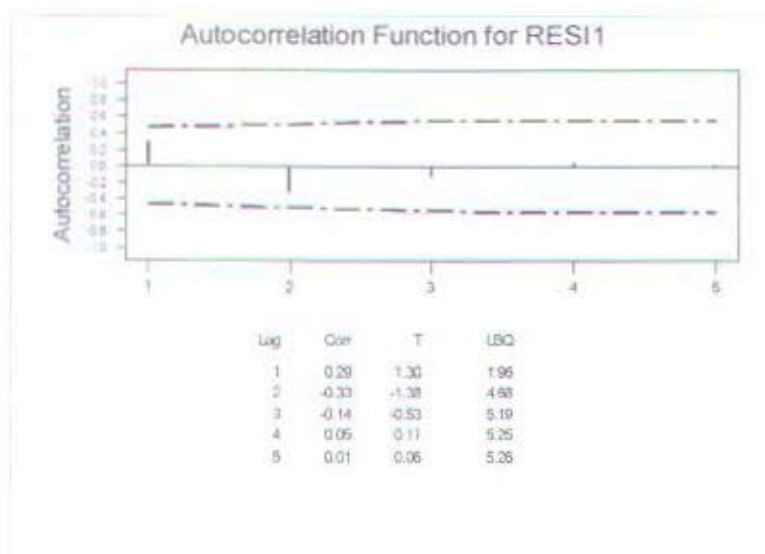
Obs	X1	abso_e3	Fit	StDev Fit	Residual	St Resid
19	0.00	2.820	0.880	0.176	1.939	2.53R

R denotes an observation with a large standardized residual



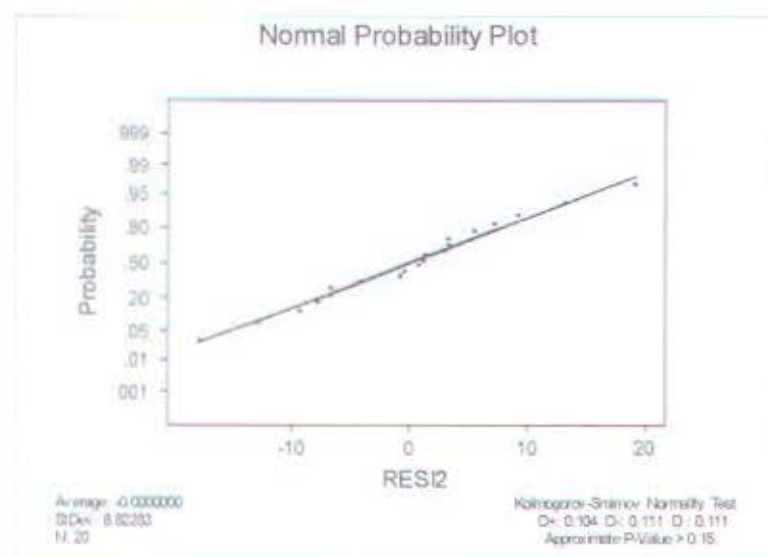
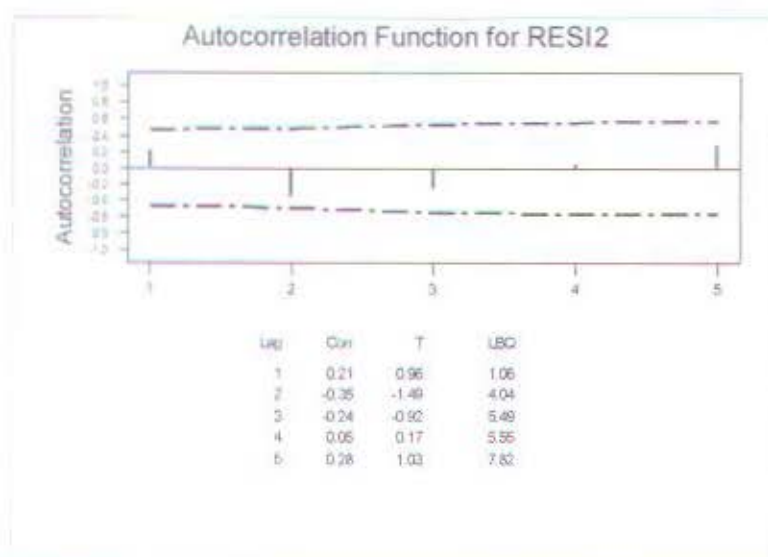
LAMPIRAN D₁

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.mtw
Worksheet was saved on 5/13/2001



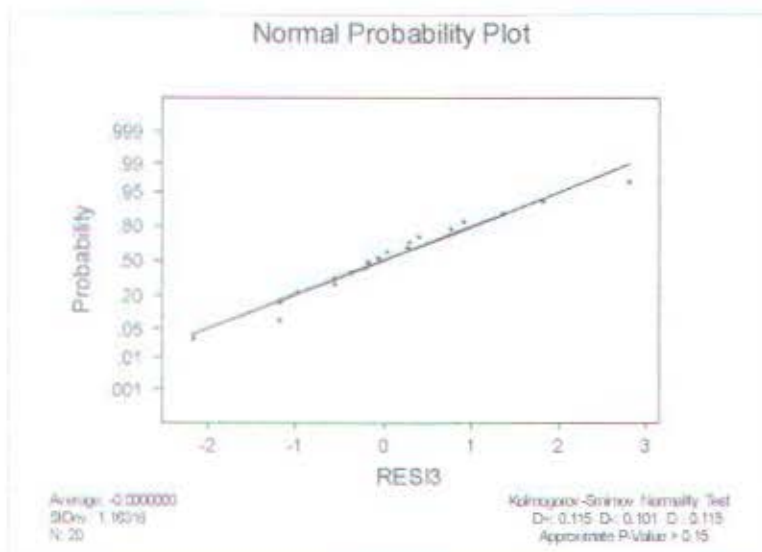
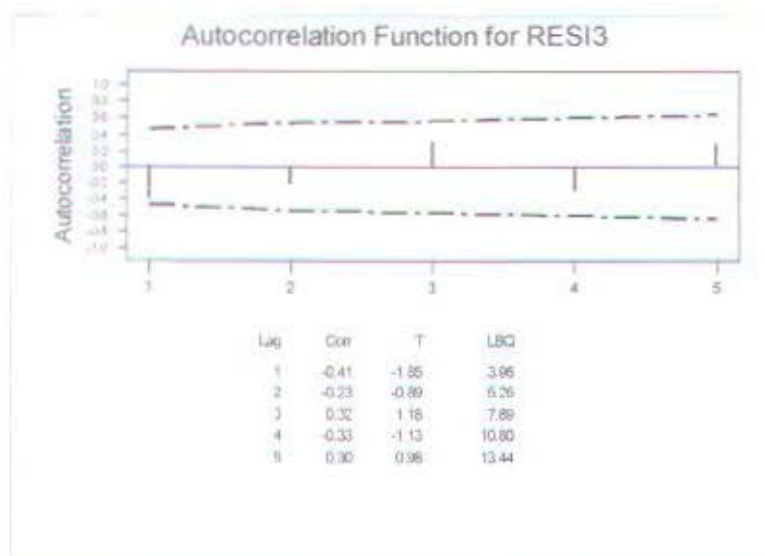
LAMPIRAN D₂

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.xlw
Worksheet was saved on 5/13/2001



LAMPIRAN D₃

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.mtw
Worksheet was saved on 5/13/2001



LAMPIRAN E

Retrieving worksheet from file: C:\My Documents\Inzaghi\orde 2.mtw
Worksheet was saved on 5/13/2001

Correlations (Pearson)

	Y1	Y2
Y2	0.970	
Y3	-0.904	-0.903

MTB > #mnormal.txt c4-c6

Executing from file: C:\MTBWIN\MTBWIN\MACROS\mnormal.txt

H0: Data berdistribusi multinormal

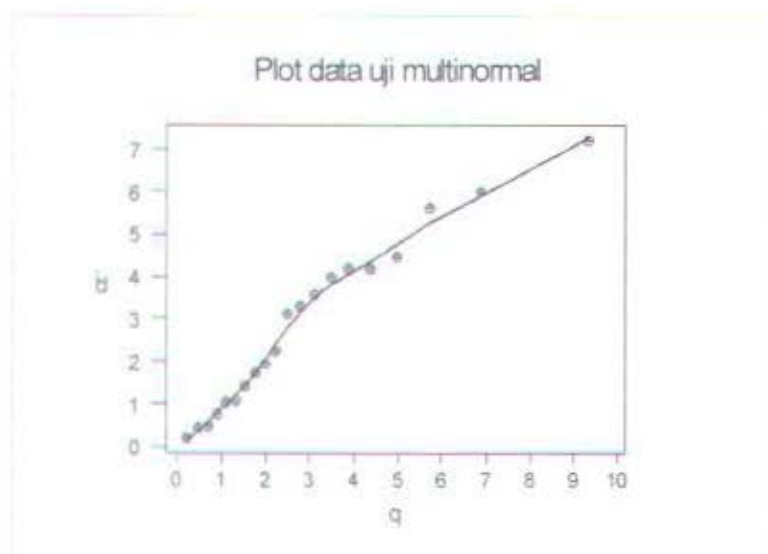
H1: Data tidak berdistribusi multinormal

Data Display

Daerah dibawah Chi-Square (%)= 70.0000

Keputusan: H0 gagal ditolak

data berdistribusi multinormal



LAMPIRAN F

high strength data
A general matrix with 20 rows and 3 columns.

	y1	y2	y3
Row1	226	430	23
Row2	523	418	25
Row3	550	439	19
Row4	552	451	19
Row5	512	406	26
Row6	518	416	25
Row7	452	364	31
Row8	458	374	30
Row9	522	410	24
Row10	508	395	29
Row11	515	422	23
Row12	520	416	24
Row13	492	390	27
Row14	486	385	25
Row15	460	375	29
Row16	580	474	18
Row17	500	405	26
Row18	498	402	30
Row19	504	397	25
Row20	511	401	23

high strength data
A general matrix with 20 rows and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	1	1	1
Row2	1	1	-1
Row3	1	-1	1
Row4	1	-1	-1
Row5	-1	1	1
Row6	-1	1	-1
Row7	-1	-1	1
Row8	-1	-1	-1
Row9	0	0	0
Row10	0	0	0
Row11	0	0	0
Row12	0	0	0
Row13	0	0	0
Row14	0	0	0
Row15	-1.682	0	0
Row16	1.682	0	0
Row17	0	-1.682	0
Row18	0	1.682	0
Row19	0	0	-1.682
Row20	0	0	1.682

Delta matrix
A general matrix with 10 rows and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	0	0	0
Row2	1	0	0
Row3	0	1	0
Row4	0	0	1
Row5	2	0	0
Row6	1	1	0
Row7	1	0	1
Row8	0	2	0
Row9	0	1	1
Row10	0	0	2

X'X
A symmetric matrix with 10 rows and 10 columns.

Col1	Col2	Col3	Col4	Col5	Col6	Col7
Col8	Col9	Col10				

Row1	20	0	0	0	13.65825	0	0
	13.65825	0	13.65825	0	0	0	0
Row2	0	13.65825	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
Row3	0	0	13.65825	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
Row4	0	0	0	13.65825	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
Row5	13.65825	0	0	0	24.00789	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
Row6	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
Row7	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
Row8	13.65825	0	0	0	0	0	0
	24.00789	0	0	0	0	0	0
Row9	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
Row10	13.65825	0	0	0	0	0	0
	0	0	24.00789	0	0	0	0

Inverse of X'X

A symmetric matrix with 10 rows and 10 columns.

	Col1	Col2	Col3	Col4	Col5	Col6	Col7
	Col8	Col9	Col10				
Row1	.166343	0	0	0	-.056787	0	0
	-.056787	0	-.056787				
Row2	0	.0732158	0	0	0	0	0
	0	0	0				
Row3	0	0	.0732158	0	0	0	0
	0	0	0				
Row4	0	0	0	.0732158	0	0	0
	0	0	0	0			
Row5	-.056787	0	0	0	.0693645	0	0
	.0068952	0	.0068952				
Row6	0	0	0	0	0	.125	0
	0	0	0				
Row7	0	0	0	0	0	0	.125
	0	0	0				
Row8	-.056787	0	0	0	.0068952	0	0
	.0693645	0	.0068952				
Row9	0	0	0	0	0	0	0
	0	.125	0				
Row10	-.056787	0	0	0	.0068952	0	0
	.0068952	0	.0693645				

Sigma Hat

A symmetric matrix with 3 rows and 3 columns.

	Col1	Col2	Col3
Row1	173.9658	139.6706	-11.8436
Row2	139.6706	144.2242	-14.2313
Row3	-11.8436	-14.2313	2.574655

Inverse of Sigma Hat

A symmetric matrix with 3 rows and 3 columns.

	Col1	Col2	Col3
Row1	.0281733	-.031888	-.046661
Row2	-.031888	.0513456	.137124
Row3	-.046661	.137124	.931704

Parameter Estimates

A general matrix with 10 rows and 1 column.

	Betahat
Const	507.0882
x1	30.22642
x2	4.659163
x3	.0566691
x1^2	5.051055
x1x2	-21.625
x1x3	1.625
x2^2	-2.37174
x2x3	.625
x3^2	.632726

Eigen values
A diagonal matrix with 3 rows and 3 columns.

	Col1	Col2	Col3
Row1	12.79036	0	0
Row2	0	.662797	0
Row3	0	0	-13.1411

Global Saddle stationary point. R = 1.437226 Yhat = 508.7816
A general matrix with 1 row and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	-.089191	1.312614	-.578541

Lu = 163.5932 R(Lu) = .0951211
L = 98.19177 R(L) = .191324
L = 50.49106 R(L) = .339679
L = 31.64071 R(L) = .634697
L = 22.31553 R(L) = 1.207938
L = 17.50294 R(L) = 2.355865
L = 19.85924 R(L) = 1.589679
L = 18.68109 R(L) = 1.895739
L = 19.27016 R(L) = 1.728722

Point with maximum response = 587.0616
A general matrix with 1 row and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	1.586488	-.684127	.0592123

Parameter Estimates
A general matrix with 10 rows and 1 column.

	Betahat
Const	402.971
x1	25.88311
x2	2.046675
x3	-.312778
x1^2	8.445943
x1x2	-16.875
x1x3	3.625
x2^2	1.023151
x2x3	1.878
x3^2	-.567448

Eigen values
A diagonal matrix with 3 rows and 3 columns.

	Col1	Col2	Col3
Row1	18.02236	0	0
Row2	0	.054635	0
Row3	0	0	-5.17535

Global Saddle stationary point. R = 37.4996 Yhat = 329.9095
A general matrix with 1 row and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	-5.17585	-11.2507	-35.3956

Lu = 196.6265 R(Lu) = .0687065
L = 105.3244 R(L) = .133693
L = 59.6734 R(L) = .25675
L = 36.84788 R(L) = .489485
L = 25.43512 R(L) = .939464
L = 19.72874 R(L) = 1.833064
L = 22.58193 R(L) = 1.23724
L = 21.15533 R(L) = 1.475438
L = 20.44204 R(L) = 1.634326
L = 20.08539 R(L) = 1.727832

Point with maximum response = 482.8364
A general matrix with 1 row and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	1.599135	-.64862	.103238

Parameter Estimates
A general matrix with 10 rows and 1 column.

	Betahat
Const	25.18007
x1	-3.25825

x2	.492596
x3	-.246298
x1^2	-.677002
x1x2	2.5
x1x3	-.5
x2^2	.913596
x2x3	-.25
x3^2	-.500269

Eigen values

A diagonal matrix with 3 rows and 3 columns.

	Col1	Col2	Col3
Row1	1.424818	0	0
Row2	0	-.496322	0
Row3	0	0	-1.39217

Global Saddle stationary point. R = 1.182412 Yhat = 26.73408

A general matrix with 1 row and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	-.822012	.849613	-.047419

LU = 2.640035 R(1) = .673522
 L = 2.132426 R(1) = 1.189012
 L = 1.878622 R(1) = 2.258617
 L = 2.005524 R(1) = 1.54159
 L = 1.842073 R(1) = 1.826993
 L = 1.973799 R(1) = 1.671021
 L = 1.957936 R(1) = 1.745209
 L = 1.963868 R(1) = 1.707233
 L = 1.961932 R(1) = 1.725993

Point with maximum response = 32.67751

A general matrix with 1 row and 3 columns.

	x1	x2	x3
Row1	-1.20976	-1.22366	.134941

Beta Hat

A general matrix with 10 rows and 3 columns.

	y1	y2	y3
Const	507.0882	402.871	25.18007
x1	30.22642	25.88311	-3.25825
x2	4.659163	2.046675	.492596
x3	.0286691	-.312778	-.246298
x1^2	5.051055	8.445943	-.677002
x1x2	-.21.625	-16.875	2.5
x1x3	1.625	3.625	-.5
x2^2	-2.37174	1.023151	.913596
x2x3	.625	1.875	-.25
x3^2	.832726	-.567448	-.500269

Estimated Individual Optima

A general matrix with 3 rows and 6 columns.

	Low	Opt	High	x1	x2	x3
y1	556.1737	587.0616	617.9494	1.586488	-.684127	.0582123
y2	454.737	482.8364	510.9357	1.598135	-.64862	.103238
y3	28.92965	32.67751	36.42538	-1.20976	-1.22366	.134941

Limits on Individual Optima

A general matrix with 3 rows and 2 columns.

	Col1	Col2
Row1	556.1737	617.9494
Row2	454.737	510.9357
Row3	28.92965	36.42538

Design Limits

A general matrix with 3 rows and 2 columns.

	Lower	Upper
x1	-1.682	1.682
x2	-1.682	1.682
x3	-1.682	1.682

Compromise point must have radius less than 1.732051

Iter 20 F hi = 2184.80908 F lo = 792.16667

```

Iter 40 F hi = 1234.48591 F lo = 709.11215
Iter 60 F hi = 888.98003 F lo = 678.57570
Iter 80 F hi = 857.88666 F lo = 655.28803
Iter 100 F hi = 803.31765 F lo = 632.90619
Iter 120 F hi = 768.39302 F lo = 626.04148
Iter 140 F hi = 739.39272 F lo = 593.58745
Iter 160 F hi = 694.33321 F lo = 587.75422
Iter 180 F hi = 649.89982 F lo = 579.18468
Iter 200 F hi = 620.04496 F lo = 579.18468
Iter 220 F hi = 598.14118 F lo = 579.09998
Iter 240 F hi = 569.78933 F lo = 579.08998
Iter 260 F hi = 585.83056 F lo = 577.17026
Iter 280 F hi = 583.38887 F lo = 577.17026

```

Metric minimum value is = 577.1703 at:
Location of optimum (283 iterations)

A general matrix with 1 row and 3 columns.

	Col1	Col2	Col3
Row1	.724767	1.572772	-.005111

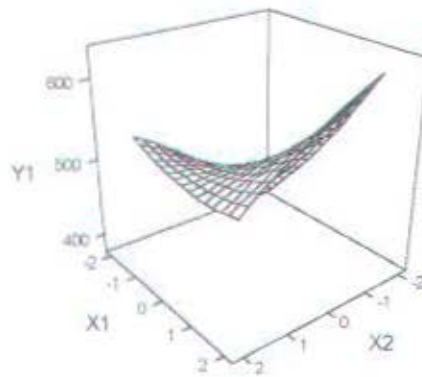
Responses at Compromise (Random and Correlated) Optima

A general matrix with 1 row and 3 columns.

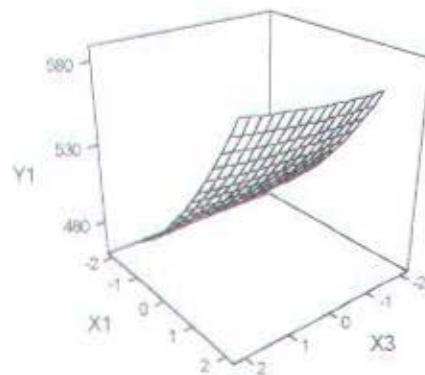
	y1	y2	y3
Row1	508.4481	412.5539	29.35244

LAMPIRAN G

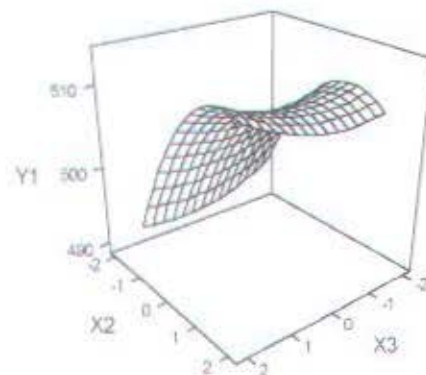
surface X1 & X2 (respon Y1)



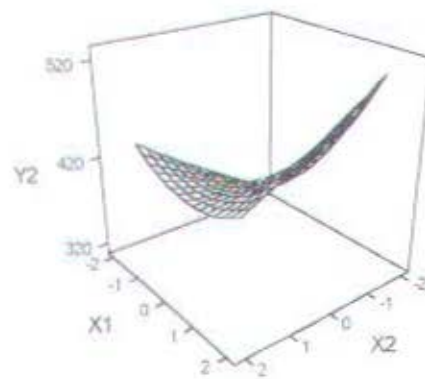
surface X1 & X3 (respon Y1)



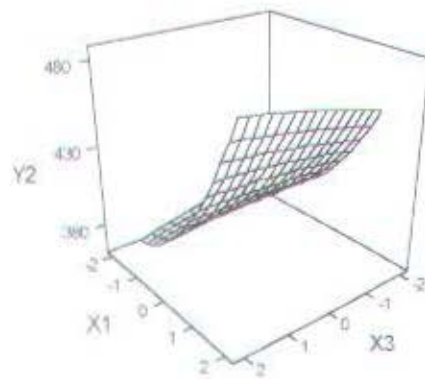
surface X2 & X3 (respon Y1)



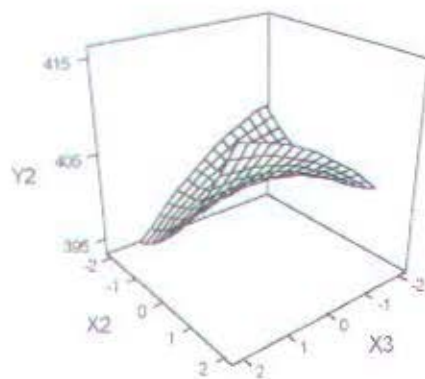
surface X1 & X2 (respon Y2)



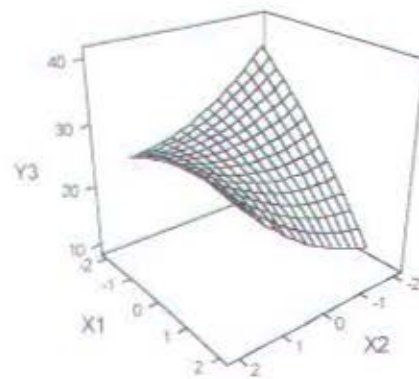
surface X1 & X3 (respon Y2)



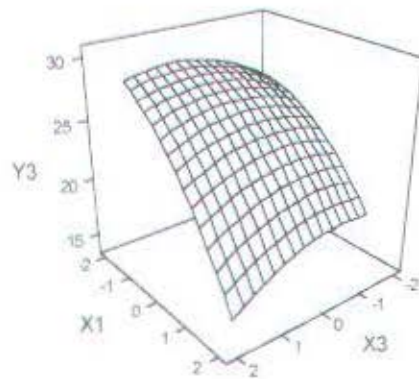
surface X2 & X3 (respon Y2)



surface X1 & X2 (respon Y3)



surface X1 & X3 (respon Y3)



surface X2 & X3 (respon Y3)

